

## II. kolokvij iz Integralnog računa

Grupa A

1. [10 bod.] Ispitajte konvergenciju nepravog integrala

$$\int_e^{\infty} \frac{dx}{x \cdot \ln^3 x}.$$

2. Ispitajte je li zadovoljen nužan uvjet konvergencije za sljedeće redove, te ako je ispitajte njihovu konvergenciju. Sve svoje tvrdnje obrazložite!

a) [10 bod.]  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{e^n}$       b) [10 bod.]  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{2n}}{5^{2n} + 5^{n-1}}.$

(Uputa: Dozvoljeno je koristiti L'Hospitalovo pravilo prilikom računanja limesa.)

3. Ispitajte jesu li sljedeći redovi apsolutno konvergentni, uvjetno konvergentni ili divergentni. Sve svoje tvrdnje obrazložite!

a) [10 bod.]  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(2n+1)}{n(n+1)}$

b) [10 bod.]  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)^n}$

c) [10 bod.]  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{\pi}{n}\right)$

d) [10 bod.]  $-\frac{3}{4} + \left(\frac{5}{7}\right)^2 - \left(\frac{7}{10}\right)^3 + \dots + (-1)^n \left(\frac{2n+1}{3n+1}\right)^n + \dots$

4. [15 bod.] Odredite interval i radijus konvergencije za red potencija

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \cdot (x-2)^n.$$

5. [15 bod.] Funkciju  $f(x) = \ln \frac{3+x}{3-x}$  razvijte u MacLaurentov red.