

II. kolokvij iz Integralnog računa

Grupa D

1. [10 bod.] Ispitajte konvergenciju nepravog integrala

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{e^x + e^{-x}}.$$

2. Ispitajte je li zadovoljen nužan uvjet konvergencije za sljedeće redove, te ako je ispitajte njihovu konvergenciju. Sve svoje tvrdnje obrazložite!

a) [10 bod.] $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{e^n}$ b) [10 bod.] $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{2n}}{5^{2n} + 5^{n-1}}.$

(Uputa: Dozvoljeno je koristiti L'Hospitalovo pravilo prilikom računanja limesa.)

3. Ispitajte jesu li sljedeći redovi apsolutno konvergentni, uvjetno konvergentni ili divergentni. Sve svoje tvrdnje obrazložite!

a) [10 bod.] $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)!}{n^{3n} \cdot 3^n}$ b) [10 bod.] $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{n}\right)$

c) [10 bod.] $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{n-1}}{n^n}$ d) [10 bod.] $\frac{3}{1 \cdot 2} - \frac{5}{2 \cdot 3} + \frac{7}{3 \cdot 4} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n^2+n} + \dots$

4. [15 bod.] Odredite interval i radijus konvergencije za red potencija

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^n.$$

5. [15 bod.] Funkciju $f(x) = \ln \frac{5+x}{5-x}$ razvijte u MacLaurentov red.