Kolokvij 2(A)

15.06.2018.

Pravila

Kolokvij se piše 120 min te se predaje s radnim listom i papirom sa zadacima. Na kolokviju je dozvoljeno koristenje samo pribora za pisanje.

Zadatak 1 (25). Zadan je linearan operator $A : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^2$ svojom matricom u paru baza (E', e)

$$[A]^{e}_{E'} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix},$$

gdje je e kanonska baza u $\mathbb{R}^2$, a $E' = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}$ baza u $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Odredite $[A]^{e'}_{E}$, gdje je $e' = \{(1,0),(1,-2)\}$ baza u $\mathbb{R}^2$, a E kanonska baza u $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

Zadatak 2 (15+10). Neka je zadan operator $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$,

$$F(x,y,z) = (2x + 2y - 4z, -4x - 4y + 4z, -2z).$$

a) Ispitajte može li se operator F dijagonalizirati. Ukoliko može, navedite bazu u kojoj se dijagonalizira. U suprotnom, obrazložite zašto se ne može dijagonalizirati.

b) Odredite operator F^*, te pokažite da je $F + F^*$ hermitski operator.

Zadatak 3 (20). Odredite Jordanovu formu operatora $A \in L(\mathbb{C}^6)$ ako je poznato da je

$$\kappa_A(\lambda) = (\lambda+2)^3(\lambda-2)^3 \qquad \text{i} \qquad \mu_A(\lambda) = (\lambda+2)(\lambda-2)^2.$$

Odredite sve svojstvene vrijednosti operatora A te njihove algebarske i geometrijske kratnosti. Odredite operator $\sin A$.

Zadatak 4 (30). Zadani su podaci

x_i	-1	1	0	4
y_i	-2	0	2	3

Treba pronaći afinu funkciju $f(x) = \alpha_1 + \alpha_2 x$ tako da njezin graf prolazi što bliže danim točkama $T_i = (x_i, y_i)$, $i = 1, 2, 3, 4$.