## Pravila

Pismeni ispit se piše 2 sata i ukupno nosi 100 bodova. Sve tvrdnje precizno obrazložite. Ispit se predaje s papirom sa zadacima i radnim listovima. Rezultati ispita će biti objavljeni na web stranicama kolegija.

---

**Zadatak 1 (15+10).** *a) Neka je* $L = \{(x_1, \dots, x_5) \in \mathbb{R}^5 : x_1 - x_3 = x_3 - x_5 = x_5 - x_1\}$. *Je li L potprostor od* $\mathbb{R}^5$*? Ako jest, odredite jednu njegovu bazu, dimenziju i nađite jedan njegov direktni komplement. Ako nije, odredite jednu bazu, dimenziju i komplement za* $[L]$.

*b) Neka je* $K = \{(z_1, z_2, z_3, z_4) \in \mathbb{C}^4 : z_1 = z_2 + z_3, \bar{z}_1 + z_4 = 0\}$. *Je li K potprostor od* $\mathbb{C}^4$ *nad poljem* $\mathbb{R}$*? Ako jest, odredite mu bazu i dimenziju.*

**Zadatak 2 (25).** *Odredite za koje* $\alpha \in \mathbb{R}$ *je preslikavanje* $G : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ *dano s*

$$G(A) = (A + I)^2 + \alpha(A - I)^2 - tr(A)I$$

*linearan operator? Odgovor detaljno obrazložite.*
*Za sve takve* $\alpha$*, odredite matrični prikaz od G u kanonskoj bazi za* $M_2(\mathbb{R})$ *i nađite jednu bazu potprostora* $\{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) : G(A) = 0\}$.

**Zadatak 3 (15+10).** *U kompleksnom vektorskom prosotru* $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ *sa standardnim skalarnim produktom* $\langle A|B \rangle = tr(AB^*)$ *zadane su matrice*

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & i \end{bmatrix} \quad i \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & i \end{bmatrix}$$

*koji razapinju potprostor M. Odredite:*

*a) ortonormirani skup* $\{E_1, E_2, E_3\} \subseteq \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ *tako da vrijedi* $[\{A_1, \dots, A_j\}] = [\{E_1, \dots, E_j\}]$, $j = 1, 2, 3$,

*b) prostor* $M^\perp$.

**Zadatak 4 (25).** *Odredite tip krivulje drugog reda (nije ju potrebno skicirati!)*

$$5x^2 - 6xy - 5y^2 = 5.$$