



## Pravila

Kolokvij se piše 120 min te se predaje s radnim listom i papirom sa zadacima. Na kolokvij je dozvoljeno korištenje samo pribora za pisanje.

---

**Zadatak 1 (25).** Zadan je linearan operator  $B : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathcal{P}_3$  svojom matricom u paru baza  $(e', p)$

$$[B]_{e'}^p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix},$$

gdje je  $p$  kanonska baza za  $\mathcal{P}_3$ , a  $e' = \{(1, 2), (0, -1)\}$  baza u  $\mathbb{R}^2$ . Odredite  $[B]_e^q$  gdje je  $q = \{1 + t + t^3, 1, 1 + t^2, -t + t^2\}$  baza u  $\mathcal{P}_3$ , a  $e$  kanonska baza u  $\mathbb{R}^2$ .

**Zadatak 2 (15+10).** Neka je zadan operator  $G : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,

$$G(x, y, z) = (x + y - z, -x - y + z, -z).$$

- Ispitajte može li se operator  $G$  dijagonalizirati. Ukoliko može, navedite bazu u kojoj se dijagonalizira. U suprotnom, obrazložite zašto se ne može dijagonalizirati.
- Odredite operator  $G^*$ , te pokažite da je  $GG^*$  hermitski operator.

**Zadatak 3 (20).** Odredite Jordanovu formu operatora  $A \in L(\mathbb{C}^8)$  ako je poznato da je

$$\kappa_A(\lambda) = (\lambda + 1)^5(\lambda - 1)^3 \quad \text{i} \quad \mu_A(\lambda) = (\lambda + 1)^4(\lambda - 1)^2.$$

Odredite sve svojstvene vrijednosti operatora  $A$  te njihove algebarske i geometrijske kratnosti. Odredite operator  $\cos A$ .

**Zadatak 4 (30).** Zadani su podaci

$$\begin{array}{c|cccc} x_i & 1 & 0 & -1 & 3 \\ \hline y_i & -2 & 1 & -2 & 4 \end{array}.$$

Treba pronaći afinu funkciju  $f(x) = a_1 + a_2x$  tako da njezin graf prolazi što bliže danim točkama  $T_i = (x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ .