



IME I PREZIME _____

Pravila

Pismeni ispit se piše 2 sata i ukupno nosi 100 bodova. Sve tvrdnje precizno obrazložite. Ispit se predaje s papirom sa zadacima i radnim listovima. Rezultati ispita će biti objavljeni na web stranicama kolegija.

Zadatak 1 (20). Napišite definiciju konveksnosti funkcije, te koristeći definiciju provjerite konveksnost funkcije

$$f(x) = 2x \log(x) + 1, \quad x > 0.$$

Zadatak 2 (20). Neka je dan skup $K \subset \mathbb{R}^3$

$$K = \left\{ (x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 - 10 < 0, \quad z + \alpha < x^2 + y^2 \right\},$$

gdje je parametar $\alpha \in \mathbb{R}$. Koristeći definiciju provjerite konveksnost skupa za $\alpha = 1$. Obrazložite postoji li parametar α tako da skup bude konveksan.

Zadatak 3. Neka je zadana funkcija $f(x, y) = 5x^2 + \frac{2}{3}x^3 + 9y^2 + 3xy^2$.

- i) [10 bodova] Odredite točke lokalnog minimuma i maksimuma funkcije.
- ii) [15 bodova] Primjenom Newtonove metode s regulacijom koraka odredite prve dvije aproksimacije minimuma funkcije f ako je početna aproksimacija $x_0 = [0.5, 1]^T$ i $h = 0.5$. Izračunajte pripadne pogreške aproksimacije.

Zadatak 4 (20). Primjenom metode parabole odredite prve dvije aproksimacije minimuma funkcije $f(x) = 2x^2 - 8x + |x - 1|$ i pripadne pogreške. Za početne parametre u metodi parabole uzmite $a = 0$, $b = 5$ i $c = 3$.

Zadatak 5 (15). Iskažite teorem u kome je dana Sherman-Morrison-Woodbury formula za računanje inverza. Koristeći teorem provjerite postoji li inverz matrice $A = (B + uv^T)$, te ako postoji izračunajte ga. Zadano je

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$