$K-$struktura $U(\mathfrak{g})^K-$modula $U(\mathfrak{g})$ za proste Liejeve algebre $\mathfrak{g} = \mathfrak{su}(n,1)$ i $\mathfrak{g} = \mathfrak{so}(n,1)$

Hrvoje Kraljević
PMF$-$Matematički odsjek, Sveučiliste u Zagrebu

Neka je $\mathfrak{g}$ realna prosta Liejeva algebra, $\mathfrak{g} = \mathfrak{k} \oplus \mathfrak{p}$ njezina Cartanova dekompozicija, G adjungirana grupa algebre $\mathfrak{g}$, K njezina maksimalna kompaktna podgrupa s Liejevom algebrom $\mathfrak{k}$. Označimo sa $U(\mathfrak{g})$ i $U(\mathfrak{k}) \subseteq U(\mathfrak{g})$ kompleksificirane univerzalne omotačke algebre od $\mathfrak{g}$ i od $\mathfrak{k}$ i neka su $Z(\mathfrak{g})$ i $Z(\mathfrak{k})$ centri tih algebri. Neka je $U(\mathfrak{g})^K$ podalgebra $K-$invarianata u algebri $U(\mathfrak{g})$. Tada množenje definira homomorfizam algebri $Z(\mathfrak{g}) \otimes Z(\mathfrak{k}) \longrightarrow U(\mathfrak{g})^K$. Friedrich Knop dokazao je da je za prostu algebru $\mathfrak{g}$ nekompaktnog tipa taj homomorfizam uvijek injektivan i njegova je slika centar algebre $U(\mathfrak{g})^K$. Nadalje, algebra $U(\mathfrak{g})^K$ je komutativna, tj. izomorfna sa $Z(\mathfrak{g}) \otimes Z(\mathfrak{k})$, ako i samo ako je $\mathfrak{g}$ ili $\mathfrak{su}(n,1)$ ili $\mathfrak{so}(n,1)$. U tim je slučajevima $U(\mathfrak{g})$ slobodan kao $U(\mathfrak{g})^K-$modul. Moj je rezultat da u tim slučajevima množenje definira izomorfizam $K-$modula i $U(\mathfrak{g})^K-$modula $U(\mathfrak{g})^K \otimes H \longrightarrow U(\mathfrak{g})$, gdje je H potprostor od $U(\mathfrak{g})$ razapet svim potencijama x^k, $k \in \mathbb{Z}_+$, $x \in \mathcal{N}_K$, pri čemu je $\mathcal{N}_K$ skup svih nilpotentnih elemenata u $\mathfrak{g}^{\mathbb{C}}$ čija je projekcija na $\mathfrak{k}^{\mathbb{C}}$ duž $\mathfrak{p}^{\mathbb{C}}$ nilpotentna u reduktivnoj Liejevoj algebri $\mathfrak{k}^{\mathbb{C}}$. Nadalje, proučio sam $K-$modul H i dokazao da je multiplicitet svake ireducibilne reprezentacije δ od K u tom $K-$modulu jednak njenoj dimenziji $d(\delta)$. Drugim riječima, $K-$modul H ekvivalentan je regularnoj reprezentaciji grupe K. Posljedica te činjenice je da je za svaki konačnodimenzionalan $K-$modul V prostor $K-$invarijanata $(U(\mathfrak{g}) \otimes V)^K$ slobodan $U(\mathfrak{g})^K-$modul ranga $\dim V$.