

## sin $2\Theta$ teoremi za definitne matrice parove

(Seminar za optimizaciju i primjene)

Luka Grubišić

PMF, Odsjek za matematiku, Zagreb

luka@math.hr

Tijekom predavanja promatra se relativna perturbacijska teorija za definitne Hermitske matrice parove  $(A, B)$  u kojima se matrica  $A$  može faktorizirati tako da je  $A = GJG^*$ ,  $J = \text{diag}(\pm 1)$ ,  $G$  je nesingularna, a  $B$  je pozitivno definitna. Pripadni perturbirani par  $(\tilde{A}, \tilde{B}) = (A + \delta A, B + \delta B)$  ima iste karakteristike. Za njihove svojstvene potprostore  $\mathcal{X}$  i  $\tilde{\mathcal{X}}$  istih dimezija izvodimo ocjene veličine rotacije koja potprostor  $\mathcal{X}$  premješta u  $\tilde{\mathcal{X}}$ , i koje omeđuju pripadnu sin  $2\Theta$  matricu. Rotaciju svojstvenog potprostora ćemo mjeriti u matricno zavisnom skalarnom produktu.

Osnovni alat koji koristimo u definiranju sinusa dvostrukih kutova jeste  $CS$  dekompozicija unitarnih matrica. Glavna ideja koja se ovdje koristi jeste da normu sinusa dvostrukih kutova između potprostora  $\mathcal{X}$  i  $\tilde{\mathcal{X}}$  možemo ocjeniti tako da ocjenimo normu sinusa jednostrukih kutova između potprostora  $\tilde{\mathcal{X}}$  i njegove refleksije  $S\tilde{\mathcal{X}}$ , gdje zrcaljenje  $S$  obrće (reverses)  $\tilde{\mathcal{X}}$  u ortogonalni komplement. Poseban faktor koji utječe na našu ocjenu je norma blok dijagonalizirajuće  $J$ -unitarne matrice  $F$  koja istovremeno dijagonalizira matricni par  $(G^*G, J)$  i može se efektivno ocjeniti kada je matrica  $A$  *kvazi-definitna*. Na samom kraju prikazat ćemo numerički primjer koji je motiviran Bogoliubovde Gennesov modelom u fizici supervodiča.