

Tetivan četverokut i Brocardove točke u izotropnoj ravnini

Ema Jurkin *

U izlaganju se bavimo tetivnim četverokutima u izotropnoj ravnini s posebnim osvrtom na harmonijske četverokute i njihove Brocardove točke. Dobiveni se rezultati uspoređuju s onima u euklidskoj ravnini, [1], [5].

Svojstva tetivnog četverokuta proučavana su u [6] gdje je pokazano da je za dokaz da neka tvrdnja vrijedi za svaki tetivan četverokut, dovoljno pokazati da ona vrijedi za standardan četverokut, tj. četverokut upisan u kružnicu s jednadžbom $y = x^2$. Zbog toga proučavamo standardan četverokut čiji su vrhovi $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$, $C(c, c^2)$, $D(d, d^2)$, gdje su a, b, c, d međusobno različiti realni brojevi, $a < b < c < d$.

Harmonijski četverokut je tetivan četverokut $ABCD$ sa svojstvom da se tangente u vrhovima A i C sijeku na stranici BD , a tangente u vrhovima B i D na stranici AC . Brojne su karakterizacije harmonijskih četverokuta među kojima je i ona da je četverokut harmonijski ako i samo ako je $d(A, B) \cdot d(C, D) = -d(B, C) \cdot d(D, A)$, odnosno ako vrijedi $2(ac + bd) = (a + c)(b + d)$, [4].

Ukoliko su a', b', c', d' pravci koji redom prolaze vrhovima A, B, C, D harmonijskog četverokuta i sa stranicama AB, BC, CD, DA zatvaraju jednake kutove, tada je četverokut $A'B'C'D'$ što ga određuju pravci a', b', c', d' također harmonijski. Vrhovi A', B', C', D' se podudaraju samo u jednom slučaju, a dobivena se točka P_1 naziva *prva Brocardova točka*. Na sličan se način definira *druga Brocardova točka* P_2 kao točka za koju spojnice P_2A, P_2B, P_2C, P_2D zatvaraju jednake kutove redom sa stranicama AD, DC, CB, BA . U radovima [3] i [4] su dokazana brojna svojstva harmonijskog četverokuta te su polazeći od danog četverokuta konstruirane familije novih harmonijskih četverokuta i proučavane veze njihovih Brocardovih točaka s onima polaznog četverokuta.

Na kraju se promatra pramen trokuta sa zajedničkom opisanom kružnicom te se pokazuje da njihove Brocardove točke leže na dvije krivulje 4. reda, [2].

Literatura

- [1] Bernhart, A.: *Polygons of Pursuit*. Scripta Mathematica 24 (1959), 23–50.
- [2] Jurkin, E.: *Curves of Brocard Points in Triangle Pencils in Isotropic Plane*. KoG 22 (2018), 20–23.
- [3] Jurkin, E., Šimić Horvath, M., Volenec, V.: *On Brocard Points of Harmonic Quadrangle in Isotropic Plane*. KoG 21 (2017), 11–18.
- [4] Jurkin, E., Šimić Horvath, M., Volenec, V., Beban-Brkić, J.: *Harmonic Quadrangle in Isotropic Plane*. Turkish Journal of Mathematics 42 (2018), 666–678.
- [5] Langley, E.M.: *A Note on Tucker's Harmonic Quadrilateral*, Mathematical Gazette 11 (1923), 306–309.
- [6] Volenec, V., Beban-Brkić, J., Šimić Horvath, M.: *The Cyclic Quadrangle in the Isotropic Plane*. Sarajevo Journal of Mathematics 7(20) (2011), 265–275.

*Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, e-mail: ema.jurkin@rgn.hr