

Optimizacija prigušenja u vibracijskim sistemima pomoću redukcije dimenzije sistema

Proučavat ćemo vibracijske sisteme s prigušenjem koji se opisuju sustavom običnih diferencijalnih jednačbi drugog reda

$$M\ddot{x} + D\dot{x} + Kx = 0, \quad x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0$$

gdje je $D = C_u + C$ matrica prigušenja, C_u je unutarnje prigušenje i C je vanjsko prigušenje. Realne simetrične matrice M , D i K zovemo masa, prigušenje i krutost, redom, pri čemu su M i K pozitivno definitne reda n .

Problem određivanja optimalnog prigušenja takvih sustava je ekvivalentan problemu minimizacije traga rješenja Lyapunovljeve jednačbe

$$AX + XA^T = -GG^T,$$

pri čemu je A matrica reda $2n \times 2n$ dobivena pomoću matrica M , D i K .

Minimizacija traga

$$\text{trace}(X) \rightarrow \min,$$

takvih sustava je numerički vrlo zahtjevan problem stoga ćemo izložiti nekoliko pristupa koji izračunavaju aproksimaciju optimalnog prigušenja sa velikim vremenskim ubzanjem u odnosu na algoritme koji optimalno prigušenje računaju egzaktno.

Naš pristup se bazira na redukciji modela, tj. na konstrukciji matrice Q_r dimenzije $n \times r$ pomoću koje se dobiva sistem dimenzije r , pri čemu je $r \ll n$. Na taj način umjesto minimizacije traga Lyapunovljevog rješenja X mi promatramo reducirani sistem $M_r\ddot{x} + D_r\dot{x} + K_r x = 0$, gdje su $M_r = Q_r^T M Q_r$, $D_r = Q_r^T D Q_r$, $K_r = Q_r^T K Q_r$. Iz navedenog reduciranog sistema se izračunava aproksimacija optimalnog prigušenja. Izbor projekcijske matrice Q_r je otvoren problem, a mi ćemo pokazati rezultate dobivene korištenjem matrice Q_r dobivene rješavanjem odgovarajućeg kvadratnog svojstvenog problema $M\ddot{x} + D\dot{x} + Kx = 0$.