

Damping optimization in mechanical systems with external force

Ivana Kuzmanović Zoran Tomljanović Ninoslav Truhar
Department of Mathematics, University of Osijek

Krešimir Veselić
Fernuniversität Hagen

Abstract: We consider a mechanical system excited by an external force. Model of such a system is described by the system of ordinary differential equations: $M\ddot{x}(t) + D(v)\dot{x}(t) + Kx(t) = \hat{f}(t)$, where matrices M, K (mass and stiffness) are positive definite and the vector \hat{f} corresponds to an external force. The damping matrix $D(v)$ is a positive semidefinite matrix which depends on damping positions and parameter v , called viscosity.

Our approach is related to the harmonic response of the mechanical system under the influence of the harmonic force. Here we consider external function consisting of simple oscillating functions which is motivated by Fourier series which decomposes functions into the sum of a set of simple oscillating functions. In order to determine optimal damping matrix $D(v)$, we consider criteria average energy amplitude and average displacement amplitude that allow damping optimization of mechanical system excited by an external force. We consider criteria based on time which is determined from period of the excitation function, but also additionally we consider the case with the arbitrary time.

Since in general a damping optimization is a very demanding problem, we provide a new explicit formulas for objective functions which have been used for efficient damping optimization. The efficiency of new formulas has been illustrated with a numerical examples.

Keywords: Damping optimization, mechanical system, external force, average energy amplitude, average displacement amplitude

Sažetak: Optimizacija prigušenja u mehaničkim sustavima sa vanjskom silom. Promatramo mehanički sustav uz djelovanje vanjske sile. Model takvog sistema opisan je sa sustavom običnih diferencijalnih jednadžbi: $M\ddot{x}(t) + D(v)\dot{x}(t) + Kx(t) = \hat{f}(t)$, gdje su matrice M, K (masa i krutost) pozitivno definitne i vektor \hat{f} odgovara vanjskoj sili. Matrica prigušenja $D(v)$ je pozitivno semidefinitna matrica koja ovisi o pozicijama prigušivača i parametru v kojeg zovemo viskoznost.

Naš pristup je vezan uz harmonički odgovor kod mehaničkog sustava pod utjecajem harmoničke sile. Ovdje promatramo vanjsku funkciju koja se sastoji od jednostavnih oscilirajućih funkcija što je motivirano Fourierovim redom koji rastavlja funkcije na sumu jednostavnih oscilirajućih funkcija. Kako bismo odredili optimalnu matricu prigušenja $D(v)$ promatrat ćemo kriterije usrednjene energije amplitude i usrednjelog pomaka amplitude koji omogućuje optimizaciju prigušenja u mehaničkim sustavima sa vanjskom silom. Promatramo kriterije bazirane na vremenu koje je određeno sa periodom vanjske sile, ali dodatno promatramo i slučaj proizvoljnog vremena. Budući da je optimizacija prigušenja vrlo zahtjevan problem, mi dajemo eksplicitne formule za funkcije cilja koje koristimo za efikasnu optimizaciju prigušenja. Efikasnost novih formula je ilustrirana sa numeričkim primjerima.

Keywords: Optimizacija prigušenja, mehanički sustav, vanjska sila, usrednjena energije amplitude, usrednjeni pomak amplitude.