

Perturbacija generaliziranog hermitskog problema svojstvenih vrijednosti za blok dijagonalne matrične parove

Ren-Cang Li* Yuji Nakatsukasa† Ninoslav Truhar‡ Shufang Xu§

Rujan, 2010

Sažetak

Prikazat ćemo neke od novih rezultata o generaliziranom problemu svojstvenih vrijednosti za hermitski pozitivno definitni par $A - \lambda B$ dan u obliku

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & \\ & A_{22} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} B_{11} & \\ & B_{22} \end{pmatrix},$$

gdje su obje metrice A i B hermitske, pri čemu je B pozitivno definitna. Poznato je da se granice, koje opisuju promjenu svojstvenih vrijednosti uzrokavu perturbacijom para (A, B) hermitskim matricama, mijenjaju. Bitno svojstvo postojećih granica je da su one linearnog reda u odnosu na perturbacije dijagonalnih blokova i kvadratnog reda s obzirom na perturbacije izvan dijagonalnih blokova. Rezultati takog tipa se mogu primjeniti na hermitske perturbacije izvan dijagonalnih blokova u svrhu određivanja granica promjene svojstvenih vrijednosti pozitivnih hermitskih parova, pri odbacivanju (ili zanemarivanju) izvan dijagonalnih blokova. Takva situacija često nasupa pri izračunavanju svojstvenih vrijednosti pozitivnih hermitskih parova.

S druge strane, Stewart i Sun (1990) su primjetili da se različite kopije višestrukih svojstvenih vrijednosti ponašaju različito pri perturbacijama. Nedavno je Nakatsukasa (2009) odredio kvantitativnu procjenu koja uspješno opisuje ovo ponašanje.

U okviru ovog predanja bit će prikazane nove ocjene za svojstvene vrijednosti pozitivnih parova (A, B) , kao i popoćenje Nakatsukasinog rezultata na parove.

* * * * *

Abstract. (Perturbation of Partitioned Hermitian Generalized Eigenvalue Problem) This talk will present results on Hermitian positive definite generalized eigenvalue problem $A - \lambda B$ for partitioned

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & \\ & A_{22} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} B_{11} & \\ & B_{22} \end{pmatrix},$$

*Department of Mathematics, University of Texas at Arlington, P.O. Box 19408, Arlington, TX 76019-0408, USA. (rccli@uta.edu.)

†Department of Mathematics, University of California, Davis, CA 95616, USA. (ynakatsukasa@ucdavis.edu.)

‡Odjel za matematiku, Sveučilišta J.J. Strossmayera, Trg Ljudevita Gaja 6, 31000 Osijek, Hrvatska, (ntruhar@mathos.hr).

§School of Mathematical Sciences, Peking University, Beijing 100871, P. R. China (xsf@math.pku.edu.cn).

where both A and B are Hermitian and B is positive definite. Bounds on how its eigenvalues varies when A and B are perturbed by Hermitian matrices. These bounds are generally of linear order with respect to the perturbations in the diagonal blocks and of quadratic order with respect to the perturbations in the off-diagonal blocks. The results for the special case of no perturbations in the diagonal blocks can also be used to bound the changes of eigenvalues of a Hermitian positive definite generalized eigenvalue problem after its off-diagonal blocks are dropped, a situation occurs frequently in eigenvalue computations.

Stewart and Sun (1990) observed that different copies of a multiple eigenvalue for the generalized eigenvalue problem may behave very differently. Recently, Nakatsukasa (2009) successfully obtained quantitative estimates to explain the behavior.

In this talk we will present the new estimates are presented and generalization of Nakatsukasa's result.