

Spektralna rastojanja grafova

Irena M. Jovanović

Računarski fakultet, Union Univerzitet

Beograd, Srbija

Email: irenaire@gmail.com, ijovanovic@raf.edu.rs

Problemi u vezi sa spektralnim rastojanjem grafova postavljeni su od strane Ričarda Brualdija na problemskoj sekciji matematičke radionice o spektrima grafova, koja je 2006. godine održana u Averiju, Portugalija. U izlaganju će biti prezentovani neki od incijalnih rezultata vezanih za ovu tematiku.

Neka su G_1 i G_2 neizomorfni grafovi, bez petlji i višestrukih grana, reda n . Neka su spektri ovih grafova u odnosu na matricu M : $m_1(G_1) \geq m_2(G_1) \geq \dots \geq m_n(G_1)$ i $m_1(G_2) \geq m_2(G_2) \geq \dots \geq m_n(G_2)$, respektivno. M -spektralno rastojanje, odnosno rastojanje između spektara ovih grafova u odnosu na matricu M , definišemo kao:

$$\sigma_M(G_1, G_2) = \sum_{i=1}^n |m_i(G_1) - m_i(G_2)|.$$

Stoga, za grafove G_1 i G_2 kažemo da su ϵ_M -kospektralni ukoliko je $\sigma_M(G_1, G_2) \leq \epsilon$, gde je ϵ proizvoljan nenegativan broj. Grafovi G_1 i G_2 jesu 0_M -kospektralni ako i samo ako su M -kospektralni. Ovako definisano spektralno rastojanje grafova razmatrano je u odnosu na matricu susedstva A , Laplasovu matricu $L = D - A$ i nenegativnu Laplasovu matricu $Q = D + A$, gde je D dijagonalna matrica stepeni čvorova razmatranog grafa G .

Biće izloženi neki od rezultata opšteg karaktera koji se tiču pre svega A -spektralnog rastojanja grafova, a koji su značajni zbog povezanosti spektralnog rastojanja sa intenzivno izučavanom energijom grafa. Takođe će biti predstavljene i relacije kojima se opisuje veza između spektralnih rastojanja nekih grafova u odnosu na različite grafovske matrice. Razmotriće se kako neke grafovske transformacije, kao što su uklanjanje izvesnog broja čvorova ili grana grafa, dodavanje petlji, ili zamena postojećih grana nekim novim koje prethodno u grafu nisu postojale, utiču na promenu spektralnog rastojanja. Odrediće se spektralno rastojanje regularnih grafova i grafova koji su od datih nastali kao rezultat primene nekih grafovskih operacija kao što je komplement ili graf-grana (engl. line graph). U izlaganju će biti pokazano da M -spektralno rastojanje grafova istog reda ne zavisi od njihovih zajedničkih sopstvenih vrednosti do na multiplicitet, a posebna pažnja biće posvećena nekim hipotezama o spektralnom rastojanju grafova koje su nastale kao rezultat izračunavanja sprovedenih u C++ programu **SpecDist**, specijalno kreiranom za ove potrebe (vidi: <http://poincare.matf.bg.ac.rs/zstanic/sdist.htm>).

Jedan od istraživačkih zadataka u vezi sa spektralnim rastojanjem grafova tiče se ispitivanja kospektralnosti grafa iz neke specijalno odabrane klase grafova. Ako je \mathcal{G} proizvoljan skup grafova reda n , tada M -kospektralnost (engl. M -cospectrality) grafa $G \in \mathcal{G}$ definišemo kao:

$$cs_{\mathcal{G}}^M(G) = \min\{\sigma_M(G, H) : H \in \mathcal{G}, H \neq G\}.$$

Stoga je $cs_{\mathcal{G}}^M(G) = 0$ ako i samo ako graf G ima M -kospektralnog parnjaka. U izlaganju će biti predstavljena familija grafova istog reda, specijalno određene strukture i međusobnog odnosa, koja je dobijena transformisanjem kompletnih multipartitnih grafova. Dobijeni rezultati su značajni ne samo zbog toga što su uz kospektralnost izračunati i drugi tzv. *parametri spektralnog rastojanja* (M -mera kospektralnosti, M -spektralni ekscentricitet i M -spektralni dijametar), već i što su određeni karakteristični polinomi i opisani spektri grafova predstavnika ovih familija grafova.

Izlaganje je bazirano na rezultatima dobijenim u saradnji sa dr. Zoranom Stanićem, a koji su sumirani u radovima 1, 2. i 3.

Literatura:

1. Jovanović I.M., Stanić Z., *Spectral distances of graphs*, Linear Algebra and its Application, **436** (2012) 1425–1435.
2. Jovanović I.M., Stanić Z., *Spectral distances of graphs based on their different matrix representations*, Filomat, **28:4** (2014) 723–734.
3. Jovanović I.M., *Some results on spectral distances of graphs*, Revista de la Union Matematica Argentina, Vol. 56, No. 2, (2015), 95-117.
4. Stevanović D., *Research problems from the Aveiro workshop on graph spectra*, Linear Algebra and its Applications, **423** (2007), 172–181.