

M009	Obavezni 3. semestar	<b>Funkcije više varijabli</b>	P	S	V	ECTS 7
			3	0	2	

**Cilj predmeta.** Upoznati studente s diferencijalnim i integralnim računom realnih i vektorskih funkcija više realnih varijabli. Na predavanjima će se uvoditi osnovni pojmovi i obrađivati njihova svojstva, te ilustrirati primjerima, dok će na vježbama studenti usvajati odgovarajuće tehnike rješavanja konkretnih problema.

**Potrebna predznanja.** Diferencijalni račun, Integralni račun, Linearna algebra I.

### Sadržaj predmeta.

1. Realne funkcije više realnih varijabli. Prostor  $\mathbf{R}^n$ . Nivo-krivulje i nivo-plohe. Limes i neprekidnost.
2. Parcijalne derivacije i diferencijabilnost funkcije više varijabli, gradijent. Geometrijska interpretacija: jednačba tangencijalne ravnine i normale na plohu. Parcijalne derivacije višeg reda. Parcijalne derivacije implicitno zadanih funkcija i složenih funkcija. Usmjereni derivacija.
3. Vektorske funkcije. Diferencijabilnost vektorske funkcije više varijabli, Jacobijeva matrica. Diferencijali višeg reda. Rotacija i divergencija vektorskog polja. Potencijalna i solenoidalna polja.
4. Primjene diferencijalnog računa funkcija više varijabli: teoremi srednje vrijednosti, ekstremi i uvjetni ekstremi.
5. Višestruki integrali. Dvostruki integral na pravokutniku: pojam, svojstva, Fubinijev teorem. Dvostruki integral na općenitim domenama: definicija, izračunavanje. Teorem o zamjeni varijabli, polarne koordinate. Primjene dvostrukog integrala. Trostruki integral: izračunavanje, cilindrične i sferne koordinate, primjene.
6. Krivuljni integrali prve i druge vrste: definicija, svojstva, izračunavanje, primjene. Greenov teorem.
7. Plošni integrali prve i druge vrste: definicija, svojstva, izračunavanje, primjene. Teorem o divergenciji. Stokesov teorem.

### ISHODI UČENJA

R.b.	ISHODI UČENJA
1.	Prepoznati i objasniti fundamentalne pojmove diferencijalnog i integralnog računa realnih i vektorskih funkcija više varijabli, poput neprekidnosti funkcije, limesa, parcijalne derivacije i diferencijala funkcije, te višestrukih, krivuljnih i plošnih integrala.
2.	Računati parcijalne derivacije složenih funkcija, te funkcija zadanih implicitno i parametarski.
3.	Koristiti diferencijalni račun za računanje tangencijalne ravnine i normale na plohu, te u optimizacijskim problemima (lokalnih) ekstrema funkcija više varijabli.
4.	Računati površine i volumene koristeći dvostruke i trostruke integrale.

5.	Računati krivuljne i plošne integrale, te ih koristiti za računanje duljina, površina i volumena.
6.	Povezivati pojmove matematičke analize kroz fundamentalne teoreme, poput Teorema o implicitnoj funkciji, teorema srednje vrijednosti, Teorema o zamjeni varijabli, Fubinijevog, Greenovog, Stokesovog i Teorema o divergenciji.

## POVEZIVANJE ISHODA UČENJA, ORGANIZACIJE NASTAVNOG PROCESA I PROCJENA ISHODA UČENJA

ORGANIZACIJA NASTAVNOG PROCESA	ECTS	ISHOD UČENJA **	AKTIVNOST STUDENATA*	METODA PROCJENE	BODOVI	
					min	max
Pohađanje nastave	1	1-6	Prisutnost na nastavi, rasprava, timski rad i samostalan rad na zadacima	Potpisne liste, praćenje aktivnosti na nastavi	0	4
Provjera znanja (kolokvij)	3	1-6	Priprema za pismenu provjeru znanja	Provjera točnih odgovora (ocjenjivanje)	25	48
Završni ispit	3	1-6	Ponavljjanje gradiva	Usmeni ispit	25	48
UKUPNO	7				50	100

**Izvođenje nastave i vrednovanje znanja.** Predavanja i vježbe su obavezne. Ispit se sastoji od pismenog i usmenog dijela, a polaže se nakon odslušanih predavanja i obavljenih vježbi. Prihvatljivi rezultati postignuti na kolokvijima, koje studenti pišu tijekom semestra, zamjenjuju pismeni dio ispita.

**Može li se predmet izvoditi na engleskom jeziku:** Da

### Osnovna literatura:

1. J. Stewart, Calculus 7th Edition, McMaster University and University of Toronto, Brooks/Cole, Cengage Learning, Belmont, 2008.
2. S. Kurepa, Matematička analiza 3: Funkcije više varijabli, Tehnička knjiga, Zagreb, 1984.

### Dopunska literatura:

1. Š. Ungar, Matematička analiza u  $R^n$ , Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2005.
2. B.P. Demidovič, Zadaci i riješeni primjeri iz više matematike s primjenom na tehničke nauke, Tehnička knjiga, Zagreb, 1986.