Prvi kolokvij iz Matematike

1. **[10 bod.]** Skicirajte graf funkcije $f(x) = |2x^2 - 7x - 4|$.

2. **[10 bod.]** Kažemo da je realna funkcija $f : D \to \mathbb{R}$ ograničena ______________, ako postoji broj $m \in \mathbb{R}$ takav da je

$$f(x) \geq m \text{ za svaki } x \in \_\_\_.$$

Svaki broj m za koji vrijedi navedena nejednakost zovemo _______ ograda funkcije f.

3. **[15 bod.]** Koristeći Hornerovu shemu, polinom $P(x) = x^5 - x^4 - x^3 + 6x + 2$ podijelite polinomom $g(x) = x - 1$, te polinom $P(x)$ zapišite u obliku $P(x) = Q(x) \cdot (x - 1) + r$, gdje je r ostatak.

4. **[15 bod.]** Odredite rastav racionalne funkcije $R(x)$ na parcijalne razlomke, ako je

$$R(x) = \frac{x^2 + 3x + 6}{(x-1)(x^2 + 2x + 2)}.$$

5. **[10 bod.]** Odredite domenu funkcije:

$$f(x) = \log_2 \frac{5 + x}{3 - x} + \frac{\sqrt{x + 2}}{e^{4x}}.$$

6. **[10 bod.]** Zadane su funkcije $f(x) = x^3 + 1$ i $g(x) = x^2 - 2x$. Odredite $(f \circ g)(x)$ i $(g \circ f)(x)$.
Napomena: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

7. **[10 bod.]** Invertirajte funkciju $f(x) = \log_3(2x + 1)$.

8. **[5 bod.]** Neka su $a_1, d \in \_\_\_$. Niz realnih brojeva definiran formulom

$$a_n = a_1 + (n - 1)d, \quad n \in \mathbb{N}$$

nazivamo ____________________ niz s diferencijom d.

9. Izračunajte sljedeće limese nizova:
   a) **[5 bod.]** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3^{n+5} + 4}{2^{n+2} + 3^{n-1}}$,

   b) **[5 bod.]** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^4 + 2n^2 + 3} - \sqrt{n^4 - n^2 - 2}\right)$,

   c) **[5 bod.]** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2n^2 + 1}{2n^2 - 5}\right)^{3n^2 - 1}$.

IME I PREZIME:___________________________________

B1

Prvi kolokvij iz Matematike

1. **[10 bod.]** Skicirajte graf funkcije $f(x) = |2x^2 + 3x - 9|$.

2. **[10 bod.]** Kažemo da je realna funkcija $f : D \to \mathbb{R}$ ograničena ______________, ako postoji broj $M \in \mathbb{R}$ takav da je

$$f(x) \leq M \text{ za svaki } x \in \_\_\_.$$

Svaki broj M za koji vrijedi navedena nejednakost zovemo _______ ograda funkcije f.

3. **[15 bod.]** Koristeći Hornerovu shemu, polinom $P(x) = x^5 - x^4 + 2x^2 + 5x + 6$ podijelite polinomom $g(x) = x + 1$, te polinom $P(x)$ zapišite u obliku $P(x) = Q(x) \cdot (x + 1) + r$, gdje je r ostatak.

4. **[15 bod.]** Odredite rastav racionalne funkcije $R(x)$ na parcijalne razlomke, ako je

$$R(x) = \frac{x^2 + 7x + 2}{(x-1)(x^2 + 2x + 2)}.$$

5. **[10 bod.]** Odredite domenu funkcije:

$$f(x) = \log_3 \frac{4 + x}{6 - x} + \frac{\sqrt{x + 3}}{e^{5x}}.$$

6. **[10 bod.]** Zadane su funkcije $f(x) = x^3 - 3x$ i $g(x) = x^2 - 1$. Odredite $(f \circ g)(x)$ i $(g \circ f)(x)$.
Napomena: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

7. **[10 bod.]** Invertirajte funkciju $f(x) = 3^{2x+1}$.

8. **[5 bod.]** Neka su $a_1, q \in \_\_\_$. Niz realnih brojeva definiran formulom

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}, \quad n \in \mathbb{N}$$

nazivamo _____________________ niz s kvocijentom q.

9. Izračunajte sljedeće limese nizova:
a) **[5 bod.]** $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{4^{n+5} + 3}{2^{n+3} + 4^{n-1}}$,

b) **[5 bod.]** $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^4 + 3n^2 + 2} - \sqrt{n^4 - 2n^2 - 1}\right)$,

c) **[5 bod.]** $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n^2 + 2}{2n^2 - 4}\right)^{3n^2+1}$.

Ime i prezime:_________________________________

C1

Prvi kolokvij iz Matematike

1. **[10 bod.]** Skicirajte graf funkcije $f(x) = |2x^2 + 7x - 4|$.

2. **[5 bod.]** Ako je funkcija $f : D \to \mathbb{R}$ ograničena odozdo, onda njenu ____________ donju ogradu nazivamo infimum i označavamo __________.

3. **[15 bod.]** Koristeći Hornerovu shemu, polinom $P(x) = x^5 + x^4 - x^3 + 6x + 12$ podijelite polinomom $g(x) = x + 1$, te polinom $P(x)$ zapišite u obliku $P(x) = Q(x) \cdot (x + 1) + r$, gdje je r ostatak.

4. **[15 bod.]** Odredite rastav racionalne funkcije $R(x)$ na parcijalne razlomke, ako je

$$R(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{(x+1)(x^2 - 2x + 2)}.$$

5. **[10 bod.]** Odredite domenu funkcije:

$$f(x) = \log_2 \frac{3 + x}{5 - x} + \frac{\sqrt{x+1}}{e^{2x}}.$$

6. **[10 bod.]** Zadane su funkcije $f(x) = x^3 - 1$ i $g(x) = x^2 + 2x$. Odredite $(f \circ g)(x)$ i $(g \circ f)(x)$.
Napomena: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

7. **[10 bod.]** Invertirajte funkciju $f(x) = \log_2(3x + 4)$.

8. **[10 bod.]** Za niz realnih brojeva (a_n) kažemo da divergira k $+\infty$ i pišemo $\lim\limits_{n\to\infty} a_n =$ ________, ako za svaki broj $M > 0$ postoji prirodan broj n_0, takav da $(n >$ ____$) \Rightarrow (a_n$ ___ $M)$.

9. Izračunajte sljedeće limese nizova:
   a) **[5 bod.]** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3^{n-5} - 4}{2^{n-2} + 3^{n+1}}$,

   b) **[5 bod.]** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^4 + 2n^2 - 1} - \sqrt{n^4 + n^2 + 5}\right)$,

   c) **[5 bod.]** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2n^2 + 5}{2n^2 - 1}\right)^{3n^2+1}$.

Ime i prezime:__________________________________

D1

Prvi kolokvij iz Matematike

1. **[10 bod.]** Skicirajte graf funkcije $f(x) = |2x^2 - 3x - 9|$.
2. **[5 bod.]** Ako je funkcija $f : D \to \mathbb{R}$ ograničena odozgo, onda njenu ________________ gornju ogradu nazivamo supremum i označavamo ____________.
3. **[15 bod.]** Koristeći Hornerovu shemu, polinom $P(x) = x^5 + x^4 - 2x^2 + 5x - 4$ podijelite polinomom $g(x) = x - 1$, te polinom $P(x)$ zapišite u obliku $P(x) = Q(x) \cdot (x-1) + r$, gdje je r ostatak.
4. **[15 bod.]** Odredite rastav racionalne funkcije $R(x)$ na parcijalne razlomke, ako je
$$R(x) = \frac{x^2 - 7x + 2}{(x+1)(x^2 - 2x + 2)}.$$
5. **[10 bod.]** Odredite domenu funkcije:
$$f(x) = \log_3 \frac{6+x}{4-x} + \frac{\sqrt{x+5}}{e^{3x}}.$$
6. **[10 bod.]** Zadane su funkcije $f(x) = x^3 - 3x$ i $g(x) = x^2 + 1$. Odredite $(f \circ g)(x)$ i $(g \circ f)(x)$.
Napomena: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.
7. **[10 bod.]** Invertirajte funkciju $f(x) = 2^{3x+4}$.
8. **[10 bod.]** Niz realnih brojeva (a_n) divergira k $-\infty$ i pišemo $\lim\limits_{n\to\infty} a_n =$ ________, ako za svaki broj $m < 0$ postoji prirodan broj n_0, takav da $(n >$ ____$) \Rightarrow (a_n$ ___ $m)$.
9. Izračunajte sljedeće limese nizova:
a) **[5 bod.]** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4^{n-5} - 3}{2^{n-3} + 4^{n+1}}$,

b) **[5 bod.]** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^4 + 3n^2 - 2} - \sqrt{n^4 + 2n^2 - 7}\right)$,

c) **[5 bod.]** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2n^2 + 4}{2n^2 - 2}\right)^{3n^2 - 1}$.

Ime i prezime:________________________________

A2

Prvi kolokvij iz Matematike

1. **[10 bod.]** Skicirajte graf funkcije $f(x) = |2x^2 - x - 10|$.

2. **[10 bod.]** Kažemo da je skup $S \subseteq \mathbb{R}$ odozgo omeđen ili ograničen, ako postoji realan broj M takav da je x___M za svaki $x \in$ __. Svaki broj M s navedenim svojstvom nazivamo _________________ ili gornja međa skupa S.

3. **[15 bod.]** Koristeći Hornerovu shemu, polinom $P(x) = x^5 + x^3 - 2x^2 + 5x - 4$ podijelite polinomom $g(x) = x - 1$, te polinom $P(x)$ zapišite u obliku $P(x) = Q(x) \cdot (x-1) + r$, gdje je r ostatak.

4. **[15 bod.]** Odredite rastav racionalne funkcije $R(x)$ na parcijalne razlomke, ako je

$$R(x) = \frac{x^2 + 6x + 4}{(x+2)(x^2 + x + 2)}.$$

5. **[10 bod.]** Odredite domenu funkcije:

$$f(x) = \log_3 \frac{3-x}{5+x} + \frac{\sqrt{x+4}}{e^{2x}}.$$

6. **[10 bod.]** Zadane su funkcije $f(x) = x^3 + 2$ i $g(x) = x^2 - 2x$. Odredite $(f \circ g)(x)$ i $(g \circ f)(x)$.
Napomena: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

7. **[10 bod.]** Invertirajte funkciju $f(x) = \log_2(4x + 3)$.

8. **[5 bod.]** Za niz realnih brojeva (a_n) kažemo da je monotono rastući ako postoji $n_0 \in$ ___ takav da je:

$$a_n \_\_\_ a_{n+1} \quad (\forall n \geq n_0).$$

9. Izračunajte sljedeće limese nizova:
a) **[5 bod.]** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4^{n+2} + 5}{3^{n+2} + 4^{n-1}}$,

b) **[5 bod.]** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^4 - 2n^2 + 3} - \sqrt{n^4 + n^2 + 2}\right)$,

c) **[5 bod.]** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{3n^2 + 1}{3n^2 - 5}\right)^{2n^2 - 1}$.

Ime i prezime:________________________________

B2

Prvi kolokvij iz Matematike

1. **[10 bod.]** Skicirajte graf funkcije $f(x) = |2x^2 - 9x - 5|$.

2. **[10 bod.]** Kažemo da je skup $S \subseteq \mathbb{R}$ odozdo omeđen ili ograničen, ako postoji realan broj m takav da je x___m za svaki $x \in$ ___. Svaki broj m s navedenim svojstvom nazivamo __________________ ili donja međa skupa S.

3. **[15 bod.]** Koristeći Hornerovu shemu, polinom $P(x) = x^5 - 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 1$ podijelite polinomom $g(x) = x - 1$, te polinom $P(x)$ zapišite u obliku $P(x) = Q(x) \cdot (x-1) + r$, gdje je r ostatak.

4. **[15 bod.]** Odredite rastav racionalne funkcije $R(x)$ na parcijalne razlomke, ako je
$$R(x) = \frac{x^2 - 2x - 12}{(x+2)(x^2+x+2)}.$$

5. **[10 bod.]** Odredite domenu funkcije:
$$f(x) = \log_2 \frac{6-x}{4+x} + \frac{\sqrt{x+2}}{e^{3x}}.$$

6. **[10 bod.]** Zadane su funkcije $f(x) = x^3 - 12x$ i $g(x) = x^2 - 2$. Odredite $(f \circ g)(x)$ i $(g \circ f)(x)$.
Napomena: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

7. **[10 bod.]** Invertirajte funkciju $f(x) = 2^{4x+3}$.

8. **[5 bod.]** Niz realnih brojeva (a_n) je monotono padajući ako postoji $n_0 \in$ ___ takav da je:
$$a_n \_\_\_ a_{n+1} \quad (\forall n \geq n_0).$$

9. Izračunajte sljedeće limese nizova:
a) **[5 bod.]** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5^{n+4}+4}{2^{n+3}+5^{n-1}}$,

b) **[5 bod.]** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^4 - 3n^2 + 2} - \sqrt{n^4 + 2n^2 + 1}\right)$,

c) **[5 bod.]** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{3n^2+2}{3n^2-4}\right)^{2n^2+1}$.

Ime i prezime:________________________________

C2

Prvi kolokvij iz Matematike

1. **[10 bod.]** Skicirajte graf funkcije $f(x) = |2x^2 + x - 10|$.

2. **[10 bod.]** M je supremum skupa S onda i samo onda ako je M ________________ od S i ako za svaki $\varepsilon > 0$ postoji $x_0 \in$ ___ takav da je $M -$ ___ $< x_0 \leq M$.

3. **[15 bod.]** Koristeći Hornerovu shemu, polinom $P(x) = x^5+x^3+2x^2+5x-6$ podijelite polinomom $g(x) = x+1$, te polinom $P(x)$ zapišite u obliku $P(x) = Q(x)\cdot(x+1)+r$, gdje je r ostatak.

4. **[15 bod.]** Odredite rastav racionalne funkcije $R(x)$ na parcijalne razlomke, ako je

$$R(x) = \frac{x^2 - 6x + 4}{(x-2)(x^2 - x + 2)}.$$

5. **[10 bod.]** Odredite domenu funkcije:

$$f(x) = \log_3 \frac{5-x}{3+x} + \frac{\sqrt{x+2}}{e^{4x}}.$$

6. **[10 bod.]** Zadane su funkcije $f(x) = x^3 - 2$ i $g(x) = x^2 + 2x$. Odredite $(f \circ g)(x)$ i $(g \circ f)(x)$.
Napomena: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

7. **[10 bod.]** Invertirajte funkciju $f(x) = \log_3(4x+5)$.

8. **[5 bod.]** Za niz realnih brojeva (a_n) kažemo da je omeđen ____________ ako je skup $\{a_n \mid n \in$ ___$\}$ omeđen odozdo.

9. Izračunajte sljedeće limese nizova:
a) **[5 bod.]** $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{4^{n-2} - 5}{3^{n-2} + 4^{n+1}}$,

b) **[5 bod.]** $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^4 - 2n^2 - 1} - \sqrt{n^4 - n^2 + 5}\right)$,

c) **[5 bod.]** $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\frac{3n^2+5}{3n^2-1}\right)^{2n^2+1}$.

Ime i prezime:________________________________

D2

Prvi kolokvij iz Matematike

1. **[10 bod.]** Skicirajte graf funkcije $f(x) = |2x^2 + 9x - 5|$.

2. **[10 bod.]** m je infimum skupa S onda i samo onda ako je m ________________ od S i ako za svaki $\varepsilon > 0$ postoji $x_0 \in$ ___ takav da je $m +$ ___ $> x_0 \geq m$.

3. **[15 bod.]** Koristeći Hornerovu shemu, polinom $P(x) = x^5 - 2x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 1$ podijelite polinomom $g(x) = x + 1$, te polinom $P(x)$ zapišite u obliku $P(x) = Q(x) \cdot (x+1) + r$, gdje je r ostatak.

4. **[15 bod.]** Odredite rastav racionalne funkcije $R(x)$ na parcijalne razlomke, ako je

$$R(x) = \frac{x^2 + 2x - 12}{(x-2)(x^2 - x + 2)}.$$

5. **[10 bod.]** Odredite domenu funkcije:

$$f(x) = \log_2 \frac{4-x}{6+x} + \frac{\sqrt{x+3}}{e^{5x}}.$$

6. **[10 bod.]** Zadane su funkcije $f(x) = x^3 - 12x$ i $g(x) = x^2 + 2$. Odredite $(f \circ g)(x)$ i $(g \circ f)(x)$.
   Napomena: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

7. **[10 bod.]** Invertirajte funkciju $f(x) = 3^{4x+5}$.

8. **[5 bod.]** Za niz realnih brojeva (a_n) kažemo da je omeđen ___________ ako je skup $\{a_n \mid n \in$ ___$\}$ omeđen odozgo.

9. Izračunajte sljedeće limese nizova:
   a) **[5 bod.]** $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{5^{n-4} - 4}{2^{n-3} + 5^{n+1}}$,

   b) **[5 bod.]** $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^4 - 3n^2 - 2} - \sqrt{n^4 - 2n^2 + 7}\right)$,

   c) **[5 bod.]** $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\frac{3n^2 + 4}{3n^2 - 2}\right)^{2n^2 - 1}$.

Ime i prezime:________________________________