A1

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

   a)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2+x+5}{x-3}$ b)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{15-8x+x^2}{x-5}$ c)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to\sqrt{2}} \dfrac{x^2-\sqrt{6-x^2}}{x^2-2}$

   d)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sin 2(x-3)}{\sin 4(x-3)}$ e)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{3}{x-2}$ f)[**10 bod.**] $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{3x^2+2x^4}{3x^2}\right)^{\frac{2}{x^2}}$.

2. [**5 bod.**] Nadopunite definiciju:

   Realan broj a je gomilište skupa $D \subseteq \mathbb{R}$ ako postoji barem jedan niz realnih brojeva (a_n) takav da je $a_n \in$ ________, $a_n \neq$ ____ te $\lim\limits_{n\to\infty} a_n =$ ________. Točku iz skupa D koja nije gomilište skupa zovemo ____________________.

3. [**5 bod.**] Odredite desnu kosu asimptotu funkcije $f(x) = \dfrac{5x^2}{7x-3}$.

4. [**10 bod.**] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \dfrac{x}{3x^2+5}$ u točki $x_0 = 1$.

5. [**10 bod.**] Odredite realni broj a tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} 2ax+3, & x<1 \\ x^2+1, & x\geq 1 \end{cases}$$

   bude neprekidna u točki $x = 1$. Skicirajte graf funkcije za dobiveni a.

6. Derivirajte sljedeće funkcije:

   a)[**5 bod.**] $f(x) = \frac{2}{3}x^5 - \sqrt[6]{x} - \dfrac{\pi}{3}$ b)[**5 bod.**] $f(x) = \dfrac{2x^2-1}{\ln(5x^2+2)}$

   c)[**10 bod.**] $f(x) = \sin(2-\sqrt{2x})$.

7. [**15 bod.**] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \dfrac{x^2}{x-7}$.

IME I PREZIME: ______________________________

B1

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

   a)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2 - x + 4}{x - 4}$ b)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{44 - 15x + x^2}{x - 4}$ c)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}} \dfrac{x^2 - \sqrt{12 - x^2}}{x^2 - 3}$

   d)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{\sin 15(x-5)}{\sin 5(x-5)}$ e)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{11}{3 - x}$ f)[**10 bod.**] $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{2x^3 - 11x^6}{2x^3}\right)^{\frac{2}{x^3}}$.

2. [**5 bod.**] Nadopunite definiciju:

   Realan broj L^+ je limes zdesna funkcije $f : D \to \mathbb{R}$ u točki $a \in D'$ ako za svaki niz (a_n), $a_n \in D$, za koji je $a_n >$ _______ i $\lim\limits_{n\to\infty} a_n =$ _______ vrijedi

   $$\lim_{n\to\infty} f(a_n) = \_\_\_\_\_\_\_.$$

3. [**5 bod.**] Odredite lijevu kosu asimptotu funkcije $f(x) = \dfrac{-x^2}{-11x + 2}$.

4. [**10 bod.**] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \dfrac{5x}{2x^2 - 11}$ u točki $x_0 = 1$.

5. [**10 bod.**] Odredite realni broj a tako da funkcija

   $$f(x) = \begin{cases} 3ax + 2, & x < 2 \\ x^2 - 2, & x \geq 2 \end{cases}$$

   bude neprekidna u točki $x = 2$. Skicirajte graf funkcije za dobiveni a.

6. Derivirajte sljedeće funkcije:

   a)[**5 bod.**] $f(x) = -\frac{1}{7}x^{1/5} - 4\sqrt[3]{x} - \dfrac{7\pi}{9}$ b)[**5 bod.**] $f(x) = \dfrac{-x^2 + 5}{e^{2x^2+5}}$

   c)[**10 bod.**] $f(x) = \sin(2 - \sqrt{3x})$.

7. [**15 bod.**] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \dfrac{x^2}{3x + 2}$.

Ime i prezime: ______________________________

Tablica derivacija elementarnih funkcija

$$
\begin{aligned}
(c)' &= 0, \quad c \in \mathbb{R} \\
(x^\alpha)' &= \alpha\, x^{\alpha-1}, \quad \alpha \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\log_a x)' &= \frac{1}{x}\,\log_a e, \quad x > 0 \\
(\ln x)' &= \frac{1}{x}, \quad x > 0 \\
(a^x)' &= a^x\,\ln a, \quad x \in \mathbb{R} \\
(e^x)' &= e^x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\sin x)' &= \cos x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\cos x)' &= -\sin x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\mathrm{tg}\, x)' &= \frac{1}{\cos^2 x}, \quad x \neq (2k-1)\,\frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z} \\
(\mathrm{ctg}\, x)' &= \frac{-1}{\sin^2 x}, \quad x \neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\
(\arcsin x)' &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\
(\arccos x)' &= \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\
(\mathrm{arctg}\, x)' &= \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\mathrm{arcctg}\, x)' &= \frac{-1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R}
\end{aligned}
$$

Tablica derivacija elementarnih funkcija

$$
\begin{aligned}
(c)' &= 0, \quad c \in \mathbb{R} \\
(x^\alpha)' &= \alpha\, x^{\alpha-1}, \quad \alpha \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\log_a x)' &= \frac{1}{x} \log_a e, \quad x > 0 \\
(\ln x)' &= \frac{1}{x}, \quad x > 0 \\
(a^x)' &= a^x \ln a, \quad x \in \mathbb{R} \\
(e^x)' &= e^x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\sin x)' &= \cos x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\cos x)' &= -\sin x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\operatorname{tg} x)' &= \frac{1}{\cos^2 x}, \quad x \neq (2k-1)\,\frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z} \\
(\operatorname{ctg} x)' &= \frac{-1}{\sin^2 x}, \quad x \neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\
(\arcsin x)' &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\
(\arccos x)' &= \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\
(\operatorname{arctg} x)' &= \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\operatorname{arcctg} x)' &= \frac{-1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R}
\end{aligned}
$$

C1

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

   a)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{-2x^2+x+1}{x-11}$ b)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{-33-8x+x^2}{x+3}$ c)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to\sqrt{2}}\dfrac{\sqrt{6-x^2}-x^2}{x^4-4}$

   d)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\operatorname{tg}11(x-4)}{\sin 5(x-4)}$ e)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to5^-}\dfrac{12}{-x+5}$ f)[**10 bod.**] $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{3x^3-2x^6}{3x^3}\right)^{\frac{11}{x^3}}$.

2. [**5 bod.**] Nadopunite definiciju:

   Realan broj L^- je limes slijeva funkcije $f:D\to\mathbb{R}$ u točki $a\in D'$ ako za svaki niz (a_n), $a_n\in D$, za koji je $a_n <$ _______ i $\lim\limits_{n\to\infty} a_n =$ _______ vrijedi

   $$\lim_{n\to\infty} f(a_n) = \_\_\_\_\_\_\_.$$

3. [**5 bod.**] Ako postoje, odredite vertikalne asimptote funkcije $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$.

4. [**10 bod.**] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x)=\dfrac{2x}{3x^2-2}$ u točki $x_0=1$.

5. [**10 bod.**] Odredite realni broj a tako da funkcija

   $$f(x)=\begin{cases}(1-2x^2)^{\frac{3}{x^2}}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$$

   bude neprekidna u točki $x=0$.

6. Derivirajte sljedeće funkcije:

   a)[**5 bod.**] $f(x)=5-\frac{1}{9}x^{1/7}-2\sqrt[8]{x}$ b)[**5 bod.**] $f(x)=\dfrac{-2x^2+4}{\sin(x^2-5)}$

   c)[**10 bod.**] $f(x)=\ln(4-\sqrt{5x})$.

7. [**15 bod.**] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x)=\dfrac{-x^2}{x-4}$.

Ime i prezime: ______________________________

D1

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

   a)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-2x+2}{x-11}$ b)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{33-14x+x^2}{x-3}$ c)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\dfrac{\sqrt{12-x^2}-x^2}{x^2-3}$

   d)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sin 13(x-1)}{\operatorname{tg}21(x-1)}$ e)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to13^-}\dfrac{-2}{-x+13}$ f)[**10 bod.**] $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{5x^3+6x^6}{5x^3}\right)^{\frac{11}{x^3}}$.

2. [**5 bod.**] Nadopunite definiciju:

   Funkcija $f : D \to \mathbb{R}$, $D \subseteq \mathbb{R}$, je neprekidna u točki $a \in D$ ako postoji ____________ i vrijedi $\lim\limits_{x\to a} f(x) =$ ________.

3. [**5 bod.**] Ako postoje, odredite vertikalne asimptote funkcije $f(x) = \dfrac{x^2-16}{x-4}$.

4. [**10 bod.**] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \dfrac{-5x}{-x^2+5}$ u točki $x_0 = 1$.

5. [**10 bod.**] Odredite realni broj a tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} (1-3x^2)^{\frac{2}{x^2}}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

   bude neprekidna u točki $x = 0$.

6. Derivirajte sljedeće funkcije:

   a)[**5 bod.**] $f(x) = 11 - \frac{1}{6}x^{1/6} - 5\sqrt[11]{x}$ b)[**5 bod.**] $f(x) = \dfrac{-x^2+5}{\cos(3x^2+5)}$

   c)[**10 bod.**] $f(x) = \ln(11 - \sqrt{6x})$.

7. [**15 bod.**] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \dfrac{-x^2}{3x-5}$.

IME I PREZIME: ______________________________

Tablica derivacija elementarnih funkcija

$$
\begin{aligned}
(c)' &= 0, \quad c \in \mathbb{R} \\
(x^\alpha)' &= \alpha\, x^{\alpha-1}, \quad \alpha \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\log_a x)' &= \frac{1}{x} \log_a e, \quad x > 0 \\
(\ln x)' &= \frac{1}{x}, \quad x > 0 \\
(a^x)' &= a^x \ln a, \quad x \in \mathbb{R} \\
(e^x)' &= e^x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\sin x)' &= \cos x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\cos x)' &= -\sin x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\operatorname{tg} x)' &= \frac{1}{\cos^2 x}, \quad x \neq (2k-1)\,\frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z} \\
(\operatorname{ctg} x)' &= \frac{-1}{\sin^2 x}, \quad x \neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\
(\arcsin x)' &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\
(\arccos x)' &= \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\
(\operatorname{arctg} x)' &= \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\operatorname{arcctg} x)' &= \frac{-1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R}
\end{aligned}
$$

Tablica derivacija elementarnih funkcija

$$
\begin{aligned}
(c)' &= 0, \quad c \in \mathbb{R} \\
(x^\alpha)' &= \alpha\, x^{\alpha-1}, \quad \alpha \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\log_a x)' &= \frac{1}{x} \log_a e, \quad x > 0 \\
(\ln x)' &= \frac{1}{x}, \quad x > 0 \\
(a^x)' &= a^x \ln a, \quad x \in \mathbb{R} \\
(e^x)' &= e^x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\sin x)' &= \cos x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\cos x)' &= -\sin x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\operatorname{tg} x)' &= \frac{1}{\cos^2 x}, \quad x \neq (2k-1)\,\frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z} \\
(\operatorname{ctg} x)' &= \frac{-1}{\sin^2 x}, \quad x \neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\
(\arcsin x)' &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\
(\arccos x)' &= \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\
(\operatorname{arctg} x)' &= \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\operatorname{arcctg} x)' &= \frac{-1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R}
\end{aligned}
$$

A2

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

a)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{6x^2+3x-5}{x+11}$ b)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{-26-11x+x^2}{x+2}$ c)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to \sqrt{2}} \dfrac{x^2-\sqrt{6-x^2}}{x^4-4}$

d)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 11} \dfrac{\sin 9(x-11)}{\sin 5(x-11)}$ e)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 5^-} \dfrac{6}{x-5}$ f)[**10 bod.**] $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{2x^3+3x^5}{2x^3}\right)^{\frac{2}{x^2}}$.

2. [**5 bod.**] Nadopunite definiciju derivacije funkcije $f : \langle a,b\rangle \to \mathbb{R}$ u točki $x_0 \in \langle a,b\rangle$:

$$f'(x_0) = \lim_{\_\_\_\to x_0} \frac{f(x) - \_\_\_\_}{\_\_\_\_ - x_0}.$$

3. [**5 bod.**] Odredite desnu kosu asimptotu funkcije $f(x) = \dfrac{-x^2}{3x-4}$.

4. [**10 bod.**] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \dfrac{2x}{3x^2-2}$ u točki $x_0 = 1$.

5. [**10 bod.**] Odredite realni broj a tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} 2ax+3, & x<2 \\ x^2-9, & x \geq 2 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x = 2$. Skicirajte graf funkcije za dobiveni a.

6. Derivirajte sljedeće funkcije:

a)[**5 bod.**] $f(x) = -\frac{1}{2}x^{1/9} - 2\sqrt[7]{x} - \dfrac{\pi}{2}$ b)[**5 bod.**] $f(x) = \dfrac{-x^3+1}{\cos(x^2+4)}$

c)[**10 bod.**] $f(x) = \ln(6-\sqrt{5x})$.

7. [**15 bod.**] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \dfrac{x^2}{2x-11}$.

Ime i prezime: ______________________________

B2

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

   a)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2+2x-2}{x+2}$ b)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{39-16x+x^2}{x-3}$ c)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\dfrac{\sqrt{12-x^2}-x^2}{x^4-9}$

   d)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sin 3(x-4)}{\sin 8(x-4)}$ e)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2}{3-x}$ f)[**10 bod.**] $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{5x^3+2x^5}{5x^3}\right)^{\frac{4}{x^2}}$.

2. [**5 bod.**] Nadopunite definiciju derivacije funkcije $f:\langle a,b\rangle\to\mathbb{R}$ u točki $x_0\in\langle a,b\rangle$:

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to\_\_\_\_}\frac{f(\_\_\_\_\_\_)-f(x_0)}{\Delta x}.$$

3. [**5 bod.**] Odredite lijevu kosu asimptotu funkcije $f(x)=\dfrac{x^2}{-3x+9}$.

4. [**10 bod.**] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-3}$ u točki $x_0=1$.

5. [**10 bod.**] Odredite realni broj a tako da funkcija

$$f(x)=\begin{cases}5ax+2, & x<2\\ 4x^2-3, & x\geq 2\end{cases}$$

   bude neprekidna u točki $x=2$. Skicirajte graf funkcije za dobiveni a.

6. Derivirajte sljedeće funkcije:

   a)[**5 bod.**] $f(x)=-\frac{1}{6}x^{1/4}-\sqrt[7]{x}-\dfrac{2\pi}{3}$ b)[**5 bod.**] $f(x)=\dfrac{-x^2-2}{e^{x^2+3}}$

   c)[**10 bod.**] $f(x)=\sin(13-\sqrt{2x})$.

7. [**15 bod.**] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x)=\dfrac{x^2}{5x+11}$.

IME I PREZIME: ______________________________

Tablica derivacija elementarnih funkcija

$$
\begin{aligned}
(c)' &= 0, \quad c \in \mathbb{R} \\
(x^\alpha)' &= \alpha\, x^{\alpha-1}, \quad \alpha \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\log_a x)' &= \frac{1}{x} \log_a e, \quad x > 0 \\
(\ln x)' &= \frac{1}{x}, \quad x > 0 \\
(a^x)' &= a^x \ln a, \quad x \in \mathbb{R} \\
(e^x)' &= e^x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\sin x)' &= \cos x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\cos x)' &= -\sin x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\operatorname{tg} x)' &= \frac{1}{\cos^2 x}, \quad x \neq (2k-1)\frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z} \\
(\operatorname{ctg} x)' &= \frac{-1}{\sin^2 x}, \quad x \neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\
(\arcsin x)' &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\
(\arccos x)' &= \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\
(\operatorname{arctg} x)' &= \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\operatorname{arcctg} x)' &= \frac{-1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R}
\end{aligned}
$$

Tablica derivacija elementarnih funkcija

$$
\begin{aligned}
(c)' &= 0, \quad c \in \mathbb{R} \\
(x^\alpha)' &= \alpha\, x^{\alpha-1}, \quad \alpha \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\log_a x)' &= \frac{1}{x} \log_a e, \quad x > 0 \\
(\ln x)' &= \frac{1}{x}, \quad x > 0 \\
(a^x)' &= a^x \ln a, \quad x \in \mathbb{R} \\
(e^x)' &= e^x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\sin x)' &= \cos x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\cos x)' &= -\sin x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\operatorname{tg} x)' &= \frac{1}{\cos^2 x}, \quad x \neq (2k-1)\,\frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z} \\
(\operatorname{ctg} x)' &= \frac{-1}{\sin^2 x}, \quad x \neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\
(\arcsin x)' &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\
(\arccos x)' &= \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\
(\operatorname{arctg} x)' &= \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\operatorname{arcctg} x)' &= \frac{-1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R}
\end{aligned}
$$

C2

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

   a)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{-2x^2 - x + 2}{x - 11}$ b)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to -4} \dfrac{-52 - 9x + x^2}{x + 4}$ c)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to \sqrt{3}} \dfrac{x^2 - \sqrt{12 - x^2}}{9 - x^4}$

   d)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\operatorname{tg} 7(x-3)}{\sin 3(x-3)}$ e)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 7^-} \dfrac{11}{-x + 7}$ f)[**10 bod.**] $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{2x^3 - 11x^5}{2x^3}\right)^{\frac{4}{x^2}}$.

2. [**5 bod.**] Nadopunite definiciju:

   Pravac $x = a$ je vertikalna asimptota funkcije $f : \mathbb{R} \setminus \{a\} \to \mathbb{R}$, ako vrijedi

   $$\lim_{x\to a^-} f(x) = \_\_\_\_\_\_ \quad \text{ili} \quad \lim_{x\to \_\_\_\_\_\_} f(x) = \pm\infty.$$

3. [**5 bod.**] Ako postoje, odredite vertikalne asimptote funkcije $f(x) = \dfrac{x^2 - 25}{x + 5}$.

4. [**10 bod.**] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \dfrac{-3x}{5x^2 - 1}$ u točki $x_0 = 1$.

5. [**10 bod.**] Odredite realni broj a tako da funkcija

   $$f(x) = \begin{cases} (1 - 4x^2)^{\frac{2}{x^2}}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

   bude neprekidna u točki $x = 0$.

6. Derivirajte sljedeće funkcije:

   a)[**5 bod.**] $f(x) = 14 - \frac{1}{9}x^{1/2} - 3\sqrt[5]{x}$ b)[**5 bod.**] $f(x) = \dfrac{-x^3 + 2}{\sin(x^2 + 4)}$

   c)[**10 bod.**] $f(x) = \ln(1 - \sqrt{15x})$.

7. [**15 bod.**] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \dfrac{-x^2}{5x - 2}$.

Ime i prezime: ______________________________

D2

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

   a)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{3x^2-5x+4}{x-4}$ b)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{30-17x+x^2}{x-2}$ c)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to \sqrt{2}} \dfrac{\sqrt{6-x^2}-x^2}{x^2-2}$

   d)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{\sin 11(x-5)}{\operatorname{tg} 9(x-5)}$ e)[**5 bod.**] $\lim\limits_{x\to 9^+} \dfrac{-2}{-x+9}$ f)[**10 bod.**] $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{-4x^3+11x^5}{-4x^3}\right)^{\frac{9}{x^2}}$.

2. [**5 bod.**] Nadopunite definiciju:

   Pravac $x=a$ je vertikalna asimptota funkcije $f:\mathbb{R}\setminus\{a\}\to\mathbb{R}$, ako vrijedi

   $$\lim_{x\to \_\_\_\_} f(x) = \pm\infty \quad \text{ili} \quad \lim_{x\to a^+} f(x) = \_\_\_\_\_.$$

3. [**5 bod.**] Ako postoje, odredite vertikalne asimptote funkcije $f(x)=\dfrac{x^2-81}{x+9}$.

4. [**10 bod.**] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x)=\dfrac{-4x}{x^2-3}$ u točki $x_0=1$.

5. [**10 bod.**] Odredite realni broj a tako da funkcija

   $$f(x)=\begin{cases}(1-2x^2)^{\frac{4}{x^2}}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$$

   bude neprekidna u točki $x=0$.

6. Derivirajte sljedeće funkcije:

   a)[**5 bod.**] $f(x)=13-\frac{1}{9}x^{1/3}-4\sqrt[8]{x}$ b)[**5 bod.**] $f(x)=\dfrac{-x^2+1}{\cos(3x^2+4)}$

   c)[**10 bod.**] $f(x)=\ln(2-\sqrt{7x})$.

7. [**15 bod.**] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x)=\dfrac{-x^2}{4x-3}$.

IME I PREZIME: ______________________________

Tablica derivacija elementarnih funkcija

$$
\begin{aligned}
(c)' &= 0, \quad c \in \mathbb{R} \\
(x^\alpha)' &= \alpha\, x^{\alpha-1}, \quad \alpha \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\log_a x)' &= \frac{1}{x} \log_a e, \quad x > 0 \\
(\ln x)' &= \frac{1}{x}, \quad x > 0 \\
(a^x)' &= a^x \ln a, \quad x \in \mathbb{R} \\
(e^x)' &= e^x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\sin x)' &= \cos x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\cos x)' &= -\sin x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\operatorname{tg} x)' &= \frac{1}{\cos^2 x}, \quad x \neq (2k-1)\,\frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z} \\
(\operatorname{ctg} x)' &= \frac{-1}{\sin^2 x}, \quad x \neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\
(\arcsin x)' &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\
(\arccos x)' &= \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\
(\operatorname{arctg} x)' &= \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\operatorname{arcctg} x)' &= \frac{-1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R}
\end{aligned}
$$

Tablica derivacija elementarnih funkcija

$$
\begin{aligned}
(c)' &= 0, \quad c \in \mathbb{R} \\
(x^\alpha)' &= \alpha\, x^{\alpha-1}, \quad \alpha \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\log_a x)' &= \frac{1}{x} \log_a e, \quad x > 0 \\
(\ln x)' &= \frac{1}{x}, \quad x > 0 \\
(a^x)' &= a^x \ln a, \quad x \in \mathbb{R} \\
(e^x)' &= e^x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\sin x)' &= \cos x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\cos x)' &= -\sin x, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\operatorname{tg} x)' &= \frac{1}{\cos^2 x}, \quad x \neq (2k-1)\,\frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z} \\
(\operatorname{ctg} x)' &= \frac{-1}{\sin^2 x}, \quad x \neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\
(\arcsin x)' &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\
(\arccos x)' &= \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\
(\operatorname{arctg} x)' &= \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R} \\
(\operatorname{arcctg} x)' &= \frac{-1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R}
\end{aligned}
$$