

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

$$\text{a) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 11} \frac{x - 11}{x^2 - 14x + 33} \quad \text{b) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x}{3 - x} \quad \text{c) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x - 1} - 2}{x - 5}$$

$$\text{d) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 11x)}{2x} \quad \text{e) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{14x + 5x^2}{14x} \right)^{\frac{2}{x}}$$

2. Zadana je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$ formulom $f(x) = \frac{2-x}{4-x^2}$. a) [10 bod.] Odredite desnu horizontalnu asimptotu funkcije f . b) [5 bod.] Pokažite da je pravac $x = -2$ vertikalna asimptota funkcije f . c) [5 bod.] Pokažite da pravac $x = 2$ nije vertikalna asimptota funkcije f .

3. [10 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{3x}{2x + 1}$ u točki $x_0 = 2$.

4. [10 bod.] Odredite realni broj A tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{x^2-9}, & x \neq 3 \\ A, & x = 3 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x_0 = 3$.

5. Derivirajte sljedeće funkcije:

$$\text{a) [5 bod.]} f(x) = \frac{9x - 2x^2}{5 - x} \quad \text{b) [5 bod.]} f(x) = x \ln(2x^2 + 4)$$

$$\text{c) [5 bod.]} f(x) = \sqrt[4]{2x - 1} \quad \text{d) [5 bod.]} f(x) = (2x - 1)^x.$$

6. [15 bod.] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \frac{x^2}{5x - 2}$.

IME I PREZIME: _____

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

$$\text{a) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 11} \frac{x - 11}{x^2 - 16x + 55} \quad \text{b) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x}{5 - x} \quad \text{c) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x - 2} - 2}{x - 6}$$

$$\text{d) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 9x)}{2x} \quad \text{e) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{11x + 8x^2}{11x} \right)^{\frac{2}{x}}$$

2. Zadana je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\} \rightarrow \mathbb{R}$ formulom $f(x) = \frac{3-x}{9-x^2}$. a) [10 bod.] Odredite desnu horizontalnu asimptotu funkcije f . b) [5 bod.] Pokažite da je pravac $x = -3$ vertikalna asimptota funkcije f . c) [5 bod.] Pokažite da pravac $x = 3$ nije vertikalna asimptota funkcije f .

3. [10 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{2x}{3x + 1}$ u točki $x_0 = 2$.

4. [10 bod.] Odredite realni broj A tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x^2-4}, & x \neq 2 \\ A, & x = 2 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x_0 = 2$.

5. Derivirajte sljedeće funkcije:

$$\text{a) [5 bod.]} f(x) = \frac{7x - 3x^2}{4 - x} \quad \text{b) [5 bod.]} f(x) = x \ln(5x^2 - 3)$$

$$\text{c) [5 bod.]} f(x) = \sqrt[6]{3x - 1} \quad \text{d) [5 bod.]} f(x) = (3x - 1)^x.$$

6. [15 bod.] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \frac{x^2}{2x - 5}$.

IME I PREZIME: _____

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

a)[5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 11} \frac{x - 11}{x^2 - 15x + 44}$ b)[5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{x}{6 - x}$ c)[5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x - 3} - 2}{x - 7}$

d)[5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 13x)}{2x}$ e)[5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{12x + 7x^2}{12x} \right)^{\frac{2}{x}}$.

2. Zadana je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{-4, 4\} \rightarrow \mathbb{R}$ formulom $f(x) = \frac{4-x}{16-x^2}$. a)[10 bod.] Odredite desnu horizontalnu asimptotu funkcije f . b)[5 bod.] Pokažite da je pravac $x = -4$ vertikalna asimptota funkcije f . c)[5 bod.] Pokažite da pravac $x = 4$ nije vertikalna asimptota funkcije f .

3. [10 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{3x}{4x + 1}$ u točki $x_0 = 2$.

4. [10 bod.] Odredite realni broj A tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-5}{x^2-25}, & x \neq 5 \\ A, & x = 5 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x_0 = 5$.

5. Derivirajte sljedeće funkcije:

a)[5 bod.] $f(x) = \frac{5x - 3x^2}{2 - x}$ b)[5 bod.] $f(x) = 2x \ln(x^2 - 11)$

c)[5 bod.] $f(x) = \sqrt[5]{4x - 1}$ d)[5 bod.] $f(x) = (3x - 2)^x$.

6. [15 bod.] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \frac{x^2}{6x - 5}$.

IME I PREZIME: _____

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

$$\text{a) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 11} \frac{x - 11}{x^2 - 18x + 77} \quad \text{b) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x}{4 - x} \quad \text{c) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{x - 4} - 2}{x - 8}$$

$$\text{d) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 7x)}{2x} \quad \text{e) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{17x + 9x^2}{17x} \right)^{\frac{2}{x}}$$

2. Zadana je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{-8, 8\} \rightarrow \mathbb{R}$ formulom $f(x) = \frac{8-x}{64-x^2}$. a) [10 bod.] Odredite desnu horizontalnu asimptotu funkcije f . b) [5 bod.] Pokažite da je pravac $x = -8$ vertikalna asimptota funkcije f . c) [5 bod.] Pokažite da pravac $x = 8$ nije vertikalna asimptota funkcije f .

3. [10 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{4x}{3x + 1}$ u točki $x_0 = 2$.

4. [10 bod.] Odredite realni broj A tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-10}{x^2-100}, & x \neq 10 \\ A, & x = 10 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x_0 = 10$.

5. Derivirajte sljedeće funkcije:

$$\text{a) [5 bod.]} f(x) = \frac{3x - 2x^2}{2 - x} \quad \text{b) [5 bod.]} f(x) = 3x \ln(17 - x^2)$$

$$\text{c) [5 bod.]} f(x) = \sqrt[3]{5x - 1} \quad \text{d) [5 bod.]} f(x) = (2x - 9)^x.$$

6. [15 bod.] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \frac{x^2}{5x - 6}$.

IME I PREZIME: _____

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

$$\text{a) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{x^2-19x+84} \quad \text{b) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 13^+} \frac{x}{x-13} \quad \text{c) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{x-6}-2}{x-10}$$

$$\text{d) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+11x)}{3x} \quad \text{e) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{25x+3x^2}{25x} \right)^{\frac{2}{x}}$$

2. Zadana je funkcija $f: \mathbb{R} \setminus \{-10, 10\} \rightarrow \mathbb{R}$ formulom $f(x) = \frac{10-x}{100-x^2}$. a) [10 bod.] Odredite desnu horizontalnu asimptotu funkcije f . b) [5 bod.] Pokažite da je pravac $x = -10$ vertikalna asimptota funkcije f . c) [5 bod.] Pokažite da pravac $x = 10$ nije vertikalna asimptota funkcije f .

3. [10 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{7x}{3x+1}$ u točki $x_0 = 2$.

4. [10 bod.] Odredite realni broj A tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{12-x}{144-x^2}, & x \neq 12 \\ A, & x = 12 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x_0 = 12$.

5. Derivirajte sljedeće funkcije:

$$\text{a) [5 bod.]} f(x) = \frac{14x^2-6x}{3-x} \quad \text{b) [5 bod.]} f(x) = 2xe^{17-3x^2}$$

$$\text{c) [5 bod.]} f(x) = \sqrt[9]{9x-12} \quad \text{d) [5 bod.]} f(x) = (13x-12)^x.$$

6. [15 bod.] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \frac{x^2}{9x-7}$.

IME I PREZIME: _____

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

$$\text{a) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{x^2-18x+77} \quad \text{b) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{x}{x-6} \quad \text{c) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x-5}-2}{x-9}$$

$$\text{d) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{3x} \quad \text{e) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{19x+6x^2}{19x} \right)^{\frac{2}{x}}$$

2. Zadana je funkcija $f: \mathbb{R} \setminus \{-9, 9\} \rightarrow \mathbb{R}$ formulom $f(x) = \frac{9-x}{81-x^2}$. a) [10 bod.] Odredite desnu horizontalnu asimptotu funkcije f . b) [5 bod.] Pokažite da je pravac $x = -9$ vertikalna asimptota funkcije f . c) [5 bod.] Pokažite da pravac $x = 9$ nije vertikalna asimptota funkcije f .

3. [10 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{3x}{7x+1}$ u točki $x_0 = 2$.

4. [10 bod.] Odredite realni broj A tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{11-x}{121-x^2}, & x \neq 11 \\ A, & x = 11 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x_0 = 11$.

5. Derivirajte sljedeće funkcije:

$$\text{a) [5 bod.]} f(x) = \frac{4x^2-3x}{2-x} \quad \text{b) [5 bod.]} f(x) = 2xe^{13-2x^2}$$

$$\text{c) [5 bod.]} f(x) = \sqrt[7]{3x-11} \quad \text{d) [5 bod.]} f(x) = (12x-11)^x.$$

6. [15 bod.] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \frac{x^2}{7x-9}$.

IME I PREZIME: _____

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

$$\text{a) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2-15x+44} \quad \text{b) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{x}{x-7} \quad \text{c) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 12} \frac{\sqrt{x-8}-2}{x-12}$$

$$\text{d) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+7x)}{3x} \quad \text{e) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{13x+4x^2}{13x} \right)^{\frac{2}{x}}$$

2. Zadana je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{-13, 13\} \rightarrow \mathbb{R}$ formulom $f(x) = \frac{13-x}{169-x^2}$. a) [10 bod.] Odredite desnu horizontalnu asimptotu funkcije f . b) [5 bod.] Pokažite da je pravac $x = -13$ vertikalna asimptota funkcije f . c) [5 bod.] Pokažite da pravac $x = 13$ nije vertikalna asimptota funkcije f .

3. [10 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{5x}{4x+1}$ u točki $x_0 = 2$.

4. [10 bod.] Odredite realni broj A tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6-x}{36-x^2}, & x \neq 6 \\ A, & x = 6 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x_0 = 6$.

5. Derivirajte sljedeće funkcije:

$$\text{a) [5 bod.]} f(x) = \frac{14x^2-3x}{4-x} \quad \text{b) [5 bod.]} f(x) = 2xe^{8+3x^2}$$

$$\text{c) [5 bod.]} f(x) = \sqrt[6]{5x-11} \quad \text{d) [5 bod.]} f(x) = (13x-9)^x.$$

6. [15 bod.] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \frac{x^2}{8x-5}$.

IME I PREZIME: _____

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

$$\text{a) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x^2-13x+40} \quad \text{b) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 9^+} \frac{x}{x-9} \quad \text{c) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 13} \frac{\sqrt{x-9}-2}{x-13}$$

$$\text{d) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+13x)}{3x} \quad \text{e) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{15x+2x^2}{15x} \right)^{\frac{2}{x}}$$

2. Zadana je funkcija $f: \mathbb{R} \setminus \{-5, 5\} \rightarrow \mathbb{R}$ formulom $f(x) = \frac{5-x}{25-x^2}$. a) [10 bod.] Odredite desnu horizontalnu asimptotu funkcije f . b) [5 bod.] Pokažite da je pravac $x = -5$ vertikalna asimptota funkcije f . c) [5 bod.] Pokažite da pravac $x = 5$ nije vertikalna asimptota funkcije f .

3. [10 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{4x}{5x+1}$ u točki $x_0 = 2$.

4. [10 bod.] Odredite realni broj A tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{7-x}{49-x^2}, & x \neq 7 \\ A, & x = 7 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x_0 = 7$.

5. Derivirajte sljedeće funkcije:

$$\text{a) [5 bod.]} f(x) = \frac{11x^2+2x}{5-x} \quad \text{b) [5 bod.]} f(x) = 2xe^{7+6x^2}$$

$$\text{c) [5 bod.]} f(x) = \sqrt[8]{15x-11} \quad \text{d) [5 bod.]} f(x) = (3x-5)^x.$$

6. [15 bod.] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \frac{x^2}{5x-8}$.

IME I PREZIME: _____

Tablica derivacija elementarnih funkcija

$$\begin{aligned}(c)' &= 0, \quad c \in \mathbb{R} \\(x^\alpha)' &= \alpha x^{\alpha-1}, \quad \alpha \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R} \\(\log_a x)' &= \frac{1}{x} \log_a e, \quad x > 0 \\(\ln x)' &= \frac{1}{x}, \quad x > 0 \\(a^x)' &= a^x \ln a, \quad x \in \mathbb{R} \\(e^x)' &= e^x, \quad x \in \mathbb{R} \\(\sin x)' &= \cos x, \quad x \in \mathbb{R} \\(\cos x)' &= -\sin x, \quad x \in \mathbb{R} \\(\operatorname{tg} x)' &= \frac{1}{\cos^2 x}, \quad x \neq (2k-1)\frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z} \\(\operatorname{ctg} x)' &= \frac{-1}{\sin^2 x}, \quad x \neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\(\arcsin x)' &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\(\arccos x)' &= \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1 \\(\operatorname{arctg} x)' &= \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R} \\(\operatorname{arcctg} x)' &= \frac{-1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R} \\(f \pm g)' &= f' \pm g' \\(fg)' &= f'g + fg' \\ \left(\frac{f}{g}\right)' &= \frac{f'g - fg'}{g^2}\end{aligned}$$