

Treći kolokvij iz Matematike

1. Neka je \mathbf{I} jedinična matrica tipa 3×3 i neka su dane matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte: a)[4 bod.] $2\mathbf{A} - \mathbf{B}$ b)[3 bod.] $\text{tr}(\mathbf{A} + 2\mathbf{I})$.

2. [15 bod.] Neka su dane matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte produkt matrica $\mathbf{A}^T \mathbf{B}$.

3. [8 bod.] Definirajte kada je neka matrica \mathbf{A} antisimetrična? Navedite primjer jedne antisimetrične matrice tipa 2×2 .
4. [5 bod.] Provjerite je li matrica \mathbf{A} simetrična, antisimetrična ili niti jedno od navedenog, ako je

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 3 \\ -2 & 0 & -2 \\ 3 & 2 & -5 \end{bmatrix}.$$

5. [10 bod.] Dopunite rečenice tako da dobijete svojstva determinanti :

- a) Determinanta se množi skalarom tako da se _____
- b) Ako je $A = (a_{ij})$ trokutasta matrica n -tog reda, onda je _____

Svako od navedenih svojstava ilustrirajte na primjeru matrice tipa 2×2 .

6. [15 bod.] Gaussovom metodom nađite inverz matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix}.$$

7. Izračunajte determinante matrica:

a)[10 bod.] $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 & 15 \\ 2 & 5 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & 2 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$ b)[10 bod.] $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & -2 \\ -3 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$

- c)[5 bod.] Obrazložite je li \mathbf{B} regularna matrica?

8. [15 bod.] Primjenom Cramerovog pravila diskutirajte rješenja sljedećeg sustava jednadžbi u ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} -2x_1 + x_2 &= \lambda \\ 2x_1 + \lambda x_2 &= 1. \end{aligned}$$

IME I PREZIME: _____

Treći kolokvij iz Matematike

1. Neka je \mathbf{I} jedinična matrica tipa 3×3 i neka su dane matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 3 & 3 & 2 \\ -4 & 5 & -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte: a)[4 bod.] $2\mathbf{A} - 3\mathbf{B}$ b)[3 bod.] $\text{tr}(-4\mathbf{A} + 2\mathbf{I})$.

2. [15 bod.] Neka su dane matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte produkt matrica $\mathbf{B}^T \mathbf{A}$.

3. [8 bod.] Definirajte kada je neka matrica \mathbf{A} simetrična? Navedite primjer jedne simetrične matrice tipa 2×2 .

4. [5 bod.] Provjerite je li matrica \mathbf{A} simetrična, antisimetrična ili niti jedno od navedenog, ako je

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 5 \\ -2 & 0 & -11 \\ -5 & 11 & 0 \end{bmatrix}.$$

5. [10 bod.] Dopunite rečenice tako da dobijete svojstva determinanti :

- a) Ako iščezavaju svi elementi nekog stupca matrice \mathbf{A} , onda je _____
 b) Ako dva stupca determinante zamjene mjesta, determinanta _____

Svako od navedenih svojstava ilustrirajte na primjeru matrice tipa 2×2 .

6. [15 bod.] Gaussovom metodom eliminacije riješite sljedeći sustav

$$\begin{aligned} -x_2 + 2x_3 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 8 \\ 2x_1 + x_2 + 6x_3 &= 7 \end{aligned}$$

7. Izračunajte determinante matrica:

$$\text{a) [10 bod.] } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 5 \\ 11 & 3 & 2 & -4 \\ -1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{b) [10 bod.] } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

- c)[5 bod.] Obrazložite je li \mathbf{B} singularna matrica?

8. [15 bod.] Primjenom Cramerovog pravila diskutirajte rješenja sljedećeg sustava jednačbi u ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} 2x_1 + \lambda x_2 &= \lambda \\ 2x_1 - x_2 &= -2. \end{aligned}$$

IME I PREZIME: _____

Treći kolokvij iz Matematike

1. Neka je \mathbf{I} jedinična matrica tipa 3×3 i neka su dane matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte a)[4 bod.] $3\mathbf{A} - \mathbf{B}$ b)[3 bod.] $\text{tr}(2\mathbf{A} - \mathbf{I})$.

2. [15 bod.] Neka su dane matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte produkt matrica $\mathbf{A}^T \mathbf{B}$.

3. [8 bod.] Definirajte kada je neka matrica \mathbf{A} antisimetrična? Navedite primjer jedne antisimetrične matrice tipa 2×2 .
4. [5 bod.] Provjerite je li matrica \mathbf{A} simetrična, antisimetrična ili niti jedno od navedenog, ako je

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 8 & -3 \\ 8 & 1 & 4 \\ -3 & -4 & 0 \end{bmatrix}.$$

5. [10 bod.] Dopunite rečenice tako da dobijete svojstva determinanti :

- a) Determinanta se množi skalarom tako da se _____
- b) Ako je $A = (a_{ij})$ trokutasta matrica n -tog reda, onda je _____

Svako od navedenih svojstava ilustrirajte na primjeru matrice tipa 2×2 .

6. [15 bod.] Gaussovom metodom nađite inverz matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

7. Izračunajte determinante matrica:

a)[10 bod.] $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 10 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 2 & -3 \\ 0 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -6 \end{bmatrix}$ b)[10 bod.] $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

- c)[5 bod.] Obrazložite je li \mathbf{B} regularna matrica?

8. [15 bod.] Primjenom Cramerovog pravila diskutirajte rješenja sljedećeg sustava jednadžbi u ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} -5x_1 + x_2 &= \lambda \\ 5x_1 + \lambda x_2 &= 1. \end{aligned}$$

IME I PREZIME: _____

Treći kolokvij iz Matematike

1. Neka je \mathbf{I} jedinična matrica tipa 3×3 i neka su dane matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte: a)[4 bod.] $-\mathbf{3A} + \mathbf{2B}$ b)[3 bod.] $\text{tr}(\mathbf{2A} - \mathbf{3I})$.

2. [15 bod.] Neka su dane matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte produkt matrica $\mathbf{B}^T \mathbf{A}$.

3. [8 bod.] Definirajte kada je neka matrica \mathbf{A} simetrična? Navedite primjer jedne simetrične matrice tipa 2×2 .

4. [5 bod.] Provjerite je li matrica \mathbf{A} simetrična, antisimetrična ili niti jedno od navedenog, ako je

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 9 \\ 3 & 0 & -8 \\ -9 & 8 & 0 \end{bmatrix}.$$

5. [10 bod.] Dopunite rečenice tako da dobijete svojstva determinanti :

- a) Ako iščezavaju svi elementi nekog stupca matrice \mathbf{A} , onda je _____
 b) Ako dva stupca determinante zamjene mjesta, determinanta _____

Svako od navedenih svojstava ilustrirajte na primjeru matrice tipa 2×2 .

6. [15 bod.] Gaussovom metodom eliminacije riješite sljedeći sustav

$$\begin{aligned} x_2 - 2x_3 &= -3 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 1 \\ -2x_1 - 3x_2 + x_3 &= 2 \end{aligned}.$$

7. Izračunajte determinante matrica:

$$\text{a)[10 bod.]} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 7 & 4 & -2 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{b)[10 bod.]} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

- c)[5 bod.] Obrazložite je li \mathbf{B} singularna matrica?

8. [15 bod.] Primjenom Cramerovog pravila diskutirajte rješenja sljedećeg sustava jednačbi u ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} 3x_1 + \lambda x_2 &= \lambda \\ 3x_1 - x_2 &= -3. \end{aligned}$$

IME I PREZIME: _____

Treći kolokvij iz Matematike

1. Neka je \mathbf{I} jedinična matrica tipa 3×3 i neka su dane matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 5 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -4 \\ -1 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte: a)[4 bod.] $3\mathbf{A} + 4\mathbf{B}$ b)[3 bod.] $\text{tr}(2\mathbf{A} - 3\mathbf{I})$.

2. [15 bod.] Neka su dane matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte produkt matrica $\mathbf{B}^T \mathbf{A}$.

3. [8 bod.] Definirajte kada je neka matrica \mathbf{A} regularna? Navedite primjer jedne regularne matrice tipa 2×2 .

4. [5 bod.] Provjerite je li matrica \mathbf{A} simetrična, antisimetrična ili niti jedno od navedenog, ako je

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -3 & 0 & -15 \\ -4 & 15 & -1 \end{bmatrix}.$$

5. a) [5 bod.] Iskažite Binet-Cauchjev teorem. b) [5 bod.] Neka je A kvadratna matrica pri čemu je $\det A = 5$. Koristeći Binet-Cauchjev teorem odredite $\det A^{-1}$.

6. [15 bod.] Gaussovom metodom eliminacije riješite sljedeći sustav

$$\begin{aligned} & -2x_2 + 3x_3 = -2 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 & = 5 \\ 2x_1 - x_2 + 6x_3 & = 6 \end{aligned}$$

7. Izračunajte determinante matrica:

$$\text{a)[10 bod.]} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 5 & 0 \\ -2 & 2 & 3 & 0 \\ 8 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{b)[10 bod.]} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ -1 & -4 & 3 \end{bmatrix}.$$

- c)[5 bod.] Obrazložite je li \mathbf{B} singularna matrica?

8. [15 bod.] Primjenom Cramerovog pravila diskutirajte rješenja sljedećeg sustava jednačbi u ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \lambda x_1 + 4x_2 &= \lambda \\ 2x_1 + x_2 &= 1. \end{aligned}$$

IME I PREZIME: _____

Treći kolokvij iz Matematike

1. Neka je \mathbf{I} jedinična matrica tipa 3×3 i neka su dane matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte

a)[4 bod.] $\mathbf{A} - 2\mathbf{B}$ b)[3 bod.] $\text{tr}(-2\mathbf{I} - \mathbf{A})$.

2. [15 bod.] Neka su dane matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte produkt matrica $\mathbf{A}^T \mathbf{B}$.

3. [8 bod.] Definirajte kada je neka matrica \mathbf{A} singularna? Navedite primjer jedne singularne matrice tipa 2×2 .

4. [5 bod.] Provjerite je li matrica \mathbf{A} simetrična, antisimetrična ili niti jedno od navedenog, ako je

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 6 \\ 2 & 0 & 1 \\ 6 & 1 & -5 \end{bmatrix}.$$

5. a) [5 bod.] Iskažite Binet-Cauchjev teorem. b) [5 bod.] Neka je A kvadratna matrica pri čemu je $\det A = 15$. Koristeći Binet-Cauchjev teorem odredite $\det A^{-1}$.

6. [15 bod.] Gaussovom metodom nađite inverz matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}.$$

7. Izračunajte determinante matrica:

a)[10 bod.] $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & -4 & -6 \\ 3 & 5 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$ b)[10 bod.] $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & -5 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}$.

- c)[5 bod.] Obrazložite je li \mathbf{B} regularna matrica?

8. [15 bod.] Primjenom Cramerovog pravila diskutirajte rješenja sljedećeg sustava jednačbi u ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 &= \lambda \\ -3x_1 + \lambda x_2 &= 1. \end{aligned}$$

IME I PREZIME: _____

Treći kolokvij iz Matematike

1. Neka je \mathbf{I} jedinična matrica tipa 3×3 i neka su dane matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 1 & 4 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte: a)[4 bod.] $2\mathbf{A} - 2\mathbf{B}$ b)[3 bod.] $\text{tr}(4\mathbf{A} - 2\mathbf{I})$.

2. [15 bod.] Neka su dane matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte produkt matrica $\mathbf{B}^T \mathbf{A}$.

3. [8 bod.] Definirajte kada je neka matrica \mathbf{A} regularna? Navedite primjer jedne regularne matrice tipa 2×2 .
4. [5 bod.] Provjerite je li matrica \mathbf{A} simetrična, antisimetrična ili niti jedno od navedenog, ako je
- $$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -5 & 2 \\ 5 & 3 & 9 \\ -2 & -9 & -6 \end{bmatrix}.$$
5. a) [5 bod.] Iskažite Binet-Cauchjev teorem. b) [5 bod.] Neka je A kvadratna matrica pri čemu je $\det A = 12$. Koristeći Binet-Cauchjev teorem odredite $\det A^{-1}$.
6. [15 bod.] Gaussovom metodom eliminacije riješite sljedeći sustav

$$\begin{array}{rcl} & x_2 & + & 2x_3 & = & -2 \\ x_1 & - & x_2 & - & 2x_3 & = & 2 \\ -3x_1 & + & 4x_2 & + & 2x_3 & = & 4 \end{array}$$

7. Izračunajte determinante matrica:

a)[10 bod.] $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 9 & -1 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ b)[10 bod.] $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$.

c)[5 bod.] Obrazložite je li \mathbf{B} singularna matrica?

8. [15 bod.] Primjenom Cramerovog pravila diskutirajte rješenja sljedećeg sustava jednačbi u ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{array}{l} \lambda x_1 - 2x_2 = \lambda \\ 3x_1 + x_2 = 1. \end{array}$$

IME I PREZIME: _____

Treći kolokvij iz Matematike

1. Neka je \mathbf{I} jedinična matrica tipa 3×3 i neka su dane matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -4 & -2 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte

a)[4 bod.] $\mathbf{A} - 3\mathbf{B}$ b)[3 bod.] $\text{tr}(3\mathbf{I} - 2\mathbf{A})$.

2. [15 bod.] Neka su dane matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte produkt matrica $\mathbf{A}^T \mathbf{B}$.

3. [8 bod.] Definirajte kada je neka matrica \mathbf{A} singularna? Navedite primjer jedne singularne matrice tipa 2×2 .
4. [5 bod.] Provjerite je li matrica \mathbf{A} simetrična, antisimetrična ili niti jedno od navedenog, ako je
- $$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 8 & -7 & 3 \\ -7 & -2 & 4 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$
5. a) [5 bod.] Iskažite Binet-Cauchjev teorem. b) [5 bod.] Neka je A kvadratna matrica pri čemu je $\det A = 9$. Koristeći Binet-Cauchjev teorem odredite $\det A^{-1}$.
6. [15 bod.] Gaussovom metodom nađite inverz matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

7. Izračunajte determinante matrica:

a)[10 bod.] $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & 7 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$ b)[10 bod.] $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & -2 \end{bmatrix}$.

c)[5 bod.] Obrazložite je li \mathbf{B} regularna matrica?

8. [15 bod.] Primjenom Cramerovog pravila diskutirajte rješenja sljedećeg sustava jednačbi u ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} 4x_1 + x_2 &= \lambda \\ -4x_1 + \lambda x_2 &= 1. \end{aligned}$$

IME I PREZIME: _____