

Vježbe 2

Funkcije

Polinom drugog stupnja $p(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ nazivamo kvadratna funkcija. Njezin graf je parabola s tjemnom u točki $T(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a})$. Nultočke kvadratne funkcije su

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

1. Odredite realne nultočke te skicirajte funkciju ako je

(a) $f(x) = x^2 - 6x + 9$, (b) $f(x) = |-x^2 + 6x - 8|$.

Rj. a) $x_{1,2} = 3$; $T(3, 0)$
b) $x_1 = 2, x_2 = 4$; $T(3, 1)$

Domene nekih funkcija

- $f(x) = \sqrt{x}$, $D_f = [0, +\infty >$
- $f(x) = \frac{1}{x}$, $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

2. Odredite nultočke funkcije i skicirajte funkciju te koristeći skicu odredite pad i rast funkcije ako je funkcija zadana formulom:

(a) $f(x) = |2x - 3|$, (b) $f(x) = \frac{1}{x-1} + 2$,
(c) $f(x) = x^2 + x + 1$, (d) $f(x) = |2x - 1| + |2x - 3|$.

Rj. a) Funkcija je strogo monotono rastuća na skupu $[\frac{3}{2}, +\infty >$, a strogo je monotono padajuća na skupu $< -\infty, \frac{3}{2}]$, $x_1 = \frac{3}{2}$;

b) Funkcija je strogo monotono padajuća na skupovima $< -\infty, 1 >$ i $< 1, +\infty >$; $x_1 = \frac{1}{2}$;

c) $T(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$, funkcija strogo monotono padajuća na $< -\infty, -\frac{1}{2}]$, a strogo je monotono rastuća na $[-\frac{1}{2}, +\infty >$; nema realnih nultočki;

d) funkcija je konstantna na segmentu $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$, strogo je monotono rastuća na $[\frac{3}{2}, +\infty >$, funkcija je strogo monotono padajuća na skupu $< -\infty, \frac{1}{2}]$; nema realnih nultočki.

3. Odredite domenu sljedećih funkcija:

(a) $f(x) = \sqrt{5 - 4x - x^2}$,
(b) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{5-x}} + \frac{x^2}{x-4}$,
(c) $f(x) = \frac{1}{x^2+1} + \sqrt{\frac{2x+1}{3x-2} - 1}$,
(d) $f(x) = \frac{1}{x^2-4} + \sqrt{(-3x-1)(x-4)}$.

Rješenje: a) $D_f = [-5, 1]$

b) $D_f = \langle -\infty, 5 \rangle \setminus \{4\}$

c) $D_f = \langle \frac{2}{3}, 3 \rangle$

d) $D_f = [-\frac{1}{3}, 4] \setminus \{2\}$.

4. Pronađite kompozicije $(f \circ g)(x)$ i $(g \circ f)(x)$ za

(a) $f(x) = 3x + 2$, $g(x) = 2x - 1$,

(c) $f(x) = x^2 + 3$, $g(x) = \frac{2x}{x+3}$.

Rješenje: a) $(f \circ g)(x) = 6x - 1$, $(g \circ f)(x) = 6x + 3$

b) $(f \circ g)(x) = 3 + \frac{4x^2}{(3+x)^2}$, $(g \circ f)(x) = \frac{2(x^2+3)}{x^2+6}$