

Vježbe 3

Funkcije

Neka je $f : D \rightarrow K$ realna funkcija realne varijable. Pomoću sljedećeg postupka u većini slučajeva možemo ispitati da li je funkcija f bijekcija:

Iz jednadžbe $f(f^{-1}(x)) = x, x \in K$, računamo $f^{-1}(x)$.

- (1) Ako rješenje ne postoji, onda f nije surjekcija.
 - (2) Ako rješenje nije jedinstveno, onda f nije injekcija.
 - (3) Ako rješenje postoji i jedinstveno je, onda je f bijekcija i f^{-1} je inverz funkcije f .
-

1. Odredite inverz ako postoji

(a) $f(x) = 3x - 4$,

(b) $f(x) = \frac{2x + 3}{x + 4}$,

(c) $f(x) = \log_6 \frac{x + 2}{x - 1}$.

(d) $f(x) = \frac{2 \cdot 5^x + 1}{4 - 5^x}$.

.
. .
. .
. .

Rješenje: a) $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$
b) $f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{2-x}$
c) $f^{-1}(x) = -\frac{6^x+2}{1-6^x}$
d) $f^{-1}(x) = \log_5 \frac{4x-1}{x+2}$

2. Ispitajte parnost funkcija

(a) $f(x) = x^2 + |x|$,

(b) $f(x) = x^3 - x^2$,

(c) $f(x) = \frac{x^2}{5x^3 + 3x} + x^5$.

Rješenje: a) parna
b) niti parna niti neparna
c) neparna

3. Odredite domenu funkcije te skicirajte funkciju

(a) $f(x) = \log_3(x + 2)$.

(b) $f(x) = (x - 3)^3 - 2$,

- a) $D_f = \langle -2, +\infty \rangle$
 b) $D_f = \mathbb{R}$

Hornerov algoritam (shema) $f(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$, $a_i \in \mathbb{R}$, $a_n \neq 0$

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0 = (x - a)(b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + \dots + b_1 x + b_0) + r$$

a	a_n	a_{n-1}	\dots	a_1	a_0
$b_{n-1} = a_n$	$b_{n-2} = a \cdot b_{n-1} + a_{n-1}$	\dots	$b_0 = a \cdot b_1 + a_1$	$r = a \cdot b_0 + a_0$	

4. Izračunajte vrijednost polinoma

$$P_4(x) = x^4 + 4x^3 - 2x^2 + 7x - 10$$

za $x = 5$.

Rj.: $P_4(5) = 1100$

5. Podijelite polinom

$$P_7(x) = 2x^7 + 3x^5 - 4x^4 + 6x^2 - 5x + 11$$

s polinomom $g(x) = (x - 2)$.

Rj.: $P_7(x) = (x - 2)(2x^6 + 4x^5 + 11x^4 + 18x^3 + 36x^2 + 78x + 151) + 313$

6. Faktorizirajte polinom $p(x) = 2x^3 - 7x^2 + 9$, ako je poznato da je jedna nultočka jednaka -1 .

Rj.: $p(x) = (-3 + x)(1 + x)(-3 + 2x)$

7. Riješite jednadžbe

(a) $5^{x^2+2x+2} = 25$,

Rj.: $x_1 = 0, x_2 = -2$

(b) $2^{2x} + 4 \cdot 10^x = 5^{2x+1}$.

Rj.: $x = 0$

8. Riješite jednadžbe

(a) $\log_3 \log_2 \log_{\sqrt{5}} x = 1$,

Rj.: $x = 625$

(b) $1 + \log_2(x^2 - x) = \log_{\sqrt{2}} x$.

Rj.: $x = 2$