

Vježbe 4

1. Riješite jednađbe

(a) $\log_3 \log_2 \log_{\sqrt{5}} x = 1$,

Rj.: $x = 625$

(b) $1 + \log_2(x^2 - x) = \log_{\sqrt{2}} x$.

Rj.: $x = 2$

2. Skicirajte graf funkcije $f(x) = 2 - \cos x$.

3. Riješite jednađbe:

(a) $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

Rj.: $x_1 = \frac{7\pi}{12} + 2k\pi$, $x_2 = \frac{11\pi}{12} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

(b) $\sin^2 x - 8 \sin x \cos x + 7 \cos^2 x = 0$.

Rj.: $x_1 = \frac{\pi}{4} + k\pi$, $x_2 = \arctg 7 + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Nizovi realnih brojeva

Funkciju $a : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ nazivamo (beskonačni) niz realnih brojeva i označavamo s $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ ili (a_n) , pri čemu je $a_n = a(n)$.

Aritmetički niz

– opći član

$$a_n = a_1 + (n - 1)d = a_{n-1} + d$$

– zbroj prvih n članova

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}(2a_1 + (n - 1)d)$$

Geometrijski niz

– opći član

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = a_{n-1}q$$

– zbroj prvih n članova

$$S_n = \begin{cases} a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}, & q \neq 1 \\ n \cdot a_1, & q = 1 \end{cases}$$

3. Zadani su nizovi. Ispišite prvih 5 članova:

(a) $\left(\frac{2n}{3n-2}\right)$,

Rj.: $2, 1, \frac{6}{7}, \frac{4}{5}, \frac{10}{13}$

(b) $\left(\frac{1 + (-1)^n}{2}\right)$,

Rj.: $0, 1, 0, 1, 0$

(c) $\left(\frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n}\right)$.

Rj.: $1, 0, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{5}$

4. Odredite opći član niza:

(a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \dots$

Rj.: $a_n = \frac{1}{2n}$

(b) $0, 1, 0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{3}, \dots$

Rj.: $a_n = \frac{1+(-1)^n}{n}$

(c) $0, 3, 8, 15, 24, \dots$

Rj.: $a_n = n^2 - 1$

5. Odredite aritmetički niz ako je:

(a) $a_1 + a_7 = 42, a_{10} - a_3 = 21$

Rj.: $a_1 = 12, d = 3$

(b) $a_1 + a_5 = 24, a_2 \cdot a_3 = 60$

Rj.: $a_1 = -2, d = 7$

6. Odredite aritmetički niz (a_n) za koji je $s_n = 12n - 4n^2$.

Rj.: $a_1 = 8, d = -8$

7. Zbroj prvih n članova aritmetičkog niza je 1824. Ako je $a_1 = -5$ i $a_{10} = 31$, koliki je n ?

Rj.: $n = 32$

8. Odredite dvanaesti član geometrijskog niza $4, 6, 9, \dots$

Rj.: $a_{12} = \frac{3^{11}}{2^9}$

9. Ako je s_n označen n -ti član geometrijskog niza, odredite:

(a) a_6 , ako je $a_2 = \frac{2}{3}, a_4 = \frac{8}{27}$

Rj.: $a_6 = \frac{32}{243}$

(b) a_4 , ako je $a_3 = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{4}, a_5 = \frac{28 - 16\sqrt{3}}{16}$

Rj.: $a_4 = \pm\sqrt{a_3 \cdot a_5} = \pm\frac{\sqrt{52 - 30\sqrt{3}}}{4}$

10. Ako je $a_5 = 0.25$ i $a_6 = 0.125$, koliki je zbroj prvih 10 članova geometrijskog niza?

Rj.: $S_{10} = \frac{1023}{128}$