

ZADACI ZA SAMOSTALNO RJEŠAVANJE: NIZOVI

NIZOVI, ARITMETIČKI NIZ, GEOMETRIJSKI NIZ

ZADATAK 1. Zadani su opći članovi nizova. Napišite prvih pet članova:

(a) $a_n = (-1)^{n+1} - 3$,

(b) $b_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$,

(c) $c_n = \frac{\cos \frac{n\pi}{2}}{n+1}$.

ZADATAK 2. Odredite opći član niza:

(a) $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \dots$

Rj.: $a_n = \frac{1}{n+4}$

(b) $0, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, 0, -\frac{1}{8}, \dots$

$$\text{Rj.: } a_n = \begin{cases} 0, & n = 2k + 1 \\ \left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{2}}, & n = 2k \end{cases}$$

(c) $2, 3, 5, 9, 17, \dots$

Rj.: $a_n = 2^{n-1} + 1$

ZADATAK 3. Odredite aritmetički niz ako je:

(a) $a_1 + a_7 = 15, \quad a_{10} - a_3 = 14$,

Rj.: $a_1 = \frac{3}{2}, d = 7$

(b) $a_2 + a_4 + a_7 = 5, \quad a_3 + a_5 = 2$.

Rj.: $a_1 = -5, d = 2$

ZADATAK 4. Zbroj prvih n članova aritmetičkog niza je 180. Ako je $a_1 = 40$ i $a_6 = 20$, koliki je n ?

Rj.: $n = 6$ ili $n = 15$

ZADATAK 5. Odredite aritmetički niz (a_n) za koji je $s_n = 10n + 5n^2$.

Rj.: $a_1 = 15, d = 10$

ZADATAK 6. Odredite geometrijski niz ako je:

(a) $a_4 - a_2 = 18, \quad a_5 - a_3 = 36$,

Rj.: $a_1 = 3, q = 2$

(b) $a_1 + a_2 + a_3 = 31, \quad a_1 + a_3 = 26$.

Rj.: $a_1 = 1, q = 5$ ili $a_1 = 25, q = \frac{1}{5}$

ZADATAK 7. Zbroj prvih n članova geometrijskog niza je 189. Ako je $a_1 = 3$ i $a_4 = 24$, koliki je n ?

Rj.: $n = 6$

ZADATAK 8. Zbroj prvih n članova geometrijskog niza izračunava se po formuli $s_n = 2(3^n - 1)$.

Odredite niz.

Rj.: $a_1 = 4, q = 3$

LIMES NIZA

ZADATAK 1. Odredite sva gomilišta sljedećih nizova:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad a_n &= \frac{3 + (-1)^n}{4}, & \text{Rj.: } \frac{1}{2}, 1 \\ \text{(b)} \quad a_n &= \frac{3n-1}{4n+2} + \cos \frac{n\pi}{2}. & \text{Rj.: } -\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{7}{4} \end{aligned}$$

ZADATAK 2. Izračunajte limes sljedećih nizova:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad a_n &= \frac{4n^7 - 3n^4 + 5n}{3n^7 + n^4 - 2n^2}, & \text{Rj.: } \frac{4}{3} \\ \text{(b)} \quad a_n &= \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 3n^2 - 1}}{5n - 7}, & \text{Rj.: } \frac{2}{5} \\ \text{(c)} \quad a_n &= 3n(n - \sqrt{n^2 + 2}), & \text{Rj.: } -3 \\ \text{(d)} \quad a_n &= \frac{2 + 4 + \dots + 2n}{n + 2} - n, & \text{Rj.: } -1 \\ \text{(e)} \quad a_n &= \frac{(n+1)!}{(n+2)! - n!}. & \text{Rj.: } 0 \end{aligned}$$

ZADATAK 3. Izračunajte limes sljedećih nizova:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad a_n &= \frac{4^n - 3}{7 + 4^{n+1}}, & \text{Rj.: } \frac{1}{4} \\ \text{(b)} \quad a_n &= \frac{5^{n+1} + 7^{n+1}}{5^n - 7^n}, & \text{Rj.: } -7 \\ \text{(c)} \quad a_n &= \frac{6^{n+1} + 3^n}{3^{n+2} - 6^n}. & \text{Rj.: } -6 \end{aligned}$$

ZADATAK 4. Izračunajte limes sljedećih nizova:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad a_n &= \left(1 + \frac{4}{5n}\right)^n, & \text{Rj.: } e^{\frac{4}{5}} \\ \text{(b)} \quad a_n &= \left(\frac{2n^2 + 1}{2n^2 - 3}\right)^{n^2}, & \text{Rj.: } e^2 \\ \text{(c)} \quad a_n &= n(\ln(n+5) - \ln(n-2)). & \text{Rj.: } 7 \end{aligned}$$