Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
25. travnja 2013.

grupa A

1. kolokvij iz Metoda optimizacije

Zadatak 1 [15 bodova] *Neka je dana funkcija* $f\colon [-1,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^5 + 3x^4 - |x+3| + 3$. *Primjenom metode parabole izračunajte prve dvije aproksimacije minimuma funkcije* f *i pripadne pogreške. Za početne parametre u metodi parabole uzmite točke* $-1, 0, 1$.

Zadatak 2 [20 bodova] *Napišite definiciju jake konveksnosti funkcije te pomoću definiciije provjerite jaku konveksnost funkcija*

a) $f(x) = \frac{2}{e^x + x}$, $f\,:\,[0, +\infty> \to \mathbb{R}$.

b) $g(x) = x^4 - 2x^2$.

Zadatak 3 [15 bodova]*Neka su* K_1 *i* K_2 *konveksni skupovi u* $\mathbb{R}^n$. *Pomoću definicije provjerite konveksnost skupa*

$$K_1 + K_2 = \{x\colon x = v_1 + v_2,\, v_1 \in K_1,\, v_2 \in K_2\}.$$

Zadatak 4 [15 bodova] *Neka je dana funkcija* $f(x_1, x_2) = 4x_1 + x_1^2 + x_2 - 3x_1x_2 + 2x_2^2 + 4$.

a) Odredite prvu aproksimaciju minimuma funkcije f *i pripadnu pogrešku dobivenu Newtonovom metodom (s duljinom koraka 1) ako je* $x_0 = [\,5,\,10\,]^T$.

b) Obrazložite je li dobivena aproksimacija minimuma ili maksimuma?

Zadatak 5 [15 bodova] *Promatramo problem minimizacije funkcije* $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$. *Ako je iterativni proces određivanja aproksimacije nultočke zadan sa* $x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$.

a) Obrazložite kako se vektor smjera p_k *bira kod Newtonove metode.*

b) Izvedite formulu za duljinu koraka kod metode "Aproksimativna minimizacija i traženje nultočaka".

Zadatak 6 [20 bodova] *Neka je* $f \in C^2(\mathbb{R}^n)$ *i*

$$\lambda_1 \|y\|^2 \le (f''(x)y, y) \le \lambda_n \|y\|^2, \quad \lambda_n > \lambda_1 > 0, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}^n.$$

a) Obrazložite da li postoji jedinstvena točka minimuma funkcije f.

b) Neka se aproksimacije minimuma x_k *računaju gradijentnom metodom sa regulacijom koraka. Ukoliko je poznato da* $\nabla f(x_k) \to 0$ *za* $k \to \infty$ *pokažite da tada aproksimacije* $x_k \to x^*$ *za* $k \to \infty$.