1. kolokvij iz Metoda optimizacije

Zadatak 1 [20 bodova] *Napišite definiciju stroge konveksnosti funkcije f. Provjerite strogu i jaku konveksnost funkcije*

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 10.$$

Zadatak 2 [10 bodova] *Provjerite konveksnost skupa $K \subset \mathbb{R}^2$ ako je $K = \{\, (x, y) \,:\, x^2 + y^2 - 8 < 0,\ y - x^2 + 1 \leq 0 \,\}$.*

Zadatak 3 [25 bodova]

(a) *Neka je $f \in C^2(\mathcal{D})$ funkcija definirana na otvorenom skupu $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$. Neka je x^* točka lokalnog maksimuma i stacionarna točka od f. Pokažite da je tada njezin hessijan u točki x^* negativno semidefinitna matrica.*

(b) *Odredite točke lokalnog minimuma funkcije $f(x_1, x_2) = x + 3y^2 - 2y\sqrt{x} - 16y + 2$*

Zadatak 4 [20 bodova] *Primjenom metode zlatnog reza odredite prve dvije aproksimacije minimuma funkcije $f(x) = e^{x-1} + 2x^2 - x$ na segmentu $[\,0, 1\,]$ i pripadne pogreške.*

Zadatak 5 [25 bodova] *Promatramo problem određivanja L_2 udaljenosti funkcije $q(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ do točke $T_0(1, 0)$.*

a) *Definirajte funkciju $f(x)$ koju je potrebno minimizirati ako je $f(x) = d(x)^2$, ako je $d(x)$ udaljenost točke T_0 do funkcije q.*

b) *Metodom parabole odredite prve dvije aproksimacije minimuma x^* funkcije $f(x)$ i pripadne pogreške, ako su početni parametri za metodu parabole jednaki $-1, 0, 1$.*

c) *Koliko iznosi aproksimacija L_2 udaljenosti za drugu aproksimaciju?*