Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
15. prosinca 2008.

2. kolokvij iz Metoda optimizacije

Zadatak 1 [10 bodova] *Neka je funkcija f dovoljno puta neprekidno diferencijabilna funkcija. Napišite algoritam gradijentne metode.*

Zadatak 2 [20 bodova]*Neka ja dana funkcija $f(x_1, x_2) = 7x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_2^2$. Pokažite da Newtonova metoda s regulacijom koraka, koji se bira prema algoritmu za biranje koraka, konvergira prema jedinstvenoj točki minimuma neovisno o početnoj aproksimaciji $x^{(0)}$ za danu funkciju f.*
Napomena: Potrebno je točno iskazati teorem koji ste koristili prilikom rješavanja zadatka.
. [Rješenje: a) navedena funkcija je kvadratna forma koja prema Primjeru 1.1. iz predavanja (jer je matrica koja definira tu kvadratnu formu pozitivno definitna) zadovoljava uvjete teorema 4.1. iz kojeg slijedi tvrdnja zadatka.]

Zadatak 3 [25 bodova] *Neka je dana funkcija $f(x) = \frac{1}{2}x_1^4 + \frac{1}{2}x_2^4 - x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2 + 1$, odredite prve dvije aproksimacije minimuma funkcije f dobivene Newtonovom metodom s regulacijom koraka ako je $h = \frac{1}{4}$ i $x^{(0)} = [\,-1\ 2\,]^T$.*

. [Rješenje: $x^{(1)} = [\,-1.2024\ 1.9048\,]^T$, $x^{(2)} = [\,-1.50647\ 1.55072\,]^T$]

Zadatak 4 [20 bodova] *Uz pretpostavke da je $F'(x^*)$ regularno, $\|F'(x^*)^{-1}\| \leq \beta$, $\|F'(x_0) - F'(x^*)\| \leq \gamma\|x_0 - x^*\|$ i za x_0 vrijedi $\|x_0 - x^*\| \leq \frac{1}{2\beta\gamma}$ pokažite da je $F'(x_0)$ regularno i da vrijedi $\|F'(x_0)^{-1}\| \leq 2\beta$.*

Zadatak 5 [25 bodova] *Odredite $x \in \mathbb{R}^2$ tako da je $F(x) = 0$ uz točnost 0.01 (u $\|\cdot\|_\infty$) i $x_0 = [\ 2\ 2\ ]^T$ ako je*

$$F(x) = \begin{bmatrix} 4x_1^2 - x_2^2 - 16 \\ x_2 - e^{-x_1+3} \end{bmatrix}.$$

. [Rješenje: $x^{(1)} = [\,2.2558\ 2.0231\,]^T$, $x^{(2)} = [\,2.2584\ 2.0993\,]^T$]