

Pismeni ispit iz Metoda optimizacije

Zadatak 1 [20 bodova] Neka je dana funkcija $f : \langle 0, +\infty \rangle \rightarrow \mathbb{R}$, ako je $f(x) = a + bx^{-1}$.

- Odredite parametre $a \in \mathbb{R}$ i $b \in \mathbb{R}$ takve da je funkcija f konveksna.
- Ako je $a = -5$ i $b = 4$ provjerite strogu i jaku konveksnu funkciju f .

Zadatak 2 [20 bodova] Primjenom metode zlatnog reza odredite prve tri aproksimacije minimuma funkcije $f(x) = e^x + 2x^2 - 4x$ na segmentu $[0, 2]$ i pripadne pogreške.

Zadatak 3 [25 bodova] Neka je dana funkcija $f(x_1, x_2) = 3 + 18x_1^2 - 4x_2 + 6x_1x_2 + x_2^2$.

- Odredite točke lokalnog minimuma funkcije f .
- Pokažite da niz (x_n) dobiven pomoću gradijentne metode konvergira neovisno o izboru početne aproksimacije za zadatu funkciju f . Precizno iskažite teorem koji je potreban za dokaz navedene tvrdnje.
- Gradijentnom metodom odredite prvu aproksimaciju minimuma funkcije f i pripadnu pogrešku ako je $h = \frac{1}{4}$ i $x^{(0)} = [-\frac{1}{2} \quad 3]^T$.

Zadatak 4 [20 bodova] Izaberite početnu aproksimaciju $x^{(0)} = [2, 1]^T$ te odredite sljedeću aproksimaciju rješenja sustava i pripadnu pogrešku aproksimacije. Koliko rješenja ima niže navedeni sustav?

$$\begin{aligned} 3x^2 + 2y^2 &= 9 \\ -4x^2 + y^2 &= 3. \end{aligned}$$

Zadatak 5 [15 bodova]

- Napišite kako glasi simetrična formula ranga 1 koju je uveo DAVIDON.
- Napišite algoritam za modificiranu Broydenovu metodu.

Prezime i ime	1	2	3	4	5	Ukupno	Ocjena