Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
16. lipnja 2009.

Pismeni ispit iz Metoda optimizacije

Zadatak 1 [20 bodova] *Skicirajte skup* $K = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \; : y \geq 4x^2 \}$ *i iz slike provjerite je li skup* K *konveksan. Ako je, onda prema definiciji dokažite konveksnost skupa.*

. [Rješenje: Skup je konveksan.]

Zadatak 2 *Neka je dana funkcija* $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 - 6x_2 + 2$.

a) [5 bodova] *Odredite točke lokalnog minimuma funkcije* f.

b) [10 bodova] *Pokažite da niz* (x_n) *dobiven pomoću gradijentne metode konvergira neovisno o izboru početne aproksimacije za zadanu funkciju* f. *Iskažite teorem koji je potreban za dokaz navedene tvrdnje.*

c) [15 bodova] *Gradijentnom metodom odredite prve dvije aproksimacije minimuma funkcije* f *i pripadne pogreške ako je* $h = \frac{1}{4}$ *i* $x^{(0)} = [\,2 \quad 2\,]^T$.

. [Rješenje:a) $x = [\,1 \quad 3\,]^T$
c) $x^{(1)} = [\,1 \quad 2.5\,]^T$, greška je 0.25; $x^{(2)} = [\,1 \quad 2.75\,]^T$greška je 0.5]

Zadatak 3 [20 bodova] *Primjenom metode parabole odredite prve dvije aproksimacije minimuma funkcije* $f(x) = |x-2| + x^2 - 4x$ *i pripadne pogreške. Za početne parametre u metodi parabole uzmite* $a = 0, b = 4, c = 3$.

. [Rješenje: $x_1 = 2$; $x_2 = 19/10$; greška za x_2 je 0.12]

Zadatak 4 [20 bodova] *Ima li niže navedeni sustav rješenje ? Ako ima, izaberite početnu aproksimaciju* $x^{(0)} = [\,3,\, 2\,]^T$ *te odredite sljedeću aproksimaciju nultočke i pripadnu pogrešku aproksimacije.*

$$\begin{aligned} -x + \tfrac{y^2}{2} &= 0 \\ x^2 + y^2 - 9 &= 0. \end{aligned}$$

. [Rješenje: Iz skice se odmah vidi da sustav ima rješenje (rješenja su presjek parabole i elipse). $x^{(1)} = [\,2.25 \quad 2.125\,]^T$, pripadna pogreška je 0.57]

Zadatak 5 [10 bodova] *Navedite barem tri transformacije kod Nealder-Mead algoritma i grafički ih prikažite.*