Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
30. lipnja 2009.

Pismeni ispit iz Metoda optimizacije

Zadatak 1 [15 bodova] *Provjerite konveksnost, strogu konveksnost i jaku konveksnost funkcija*

a) $f(x) = |x| + 5,\ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

b) $g(x) = |x^2 - 1|,\ g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

Zadatak 2 [15 bodova] *Odredite točke lokalnog minimuma funkcije* $f(x, y, z) = 2x^2 - 6y - 2xy + 2y^2 + 16z + 2z^2$.

. [Rješenje: $(x, y, z) = (1, 2, -4)$]

Zadatak 3 [25 bodova]

a) *Za početnu aproksimaciju uzmite točku* $x^{(0)} = \left[\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 2 \end{array}\right]^T$ *te odredite sljedeću aproksimaciju* ($x^{(1)}$) *minimuma funkcije* f *pomoću Newtonove metode, ako je funkcija* f *zadana u 2. zadatku.*

b) *Napišite dva osnovna načina za određivanje duljine koraka kod Newtonove metode.*

. [Rješenje: a) $x^{(1)} = [1\ 2,\ -4]^T$]

Zadatak 4 [25 bodova] *Neka je dana funkcija* $f(x) = \ln(1 + x) + x^2 - 4x$

a) *Primjenom metode zlatnog reza odredite prve dvije aproksimacije minimuma funkcije na segmentu* $[1, 2]$ *i pripadne pogreške.*

b) *Newtonovom metodom tangenti odredite točku minimuma funkcije* f *uz točnost* $tol = 0.0005$, *za početnu aproksimaciju uzmite* $x^{(0)} = 1$.

. [Rješenje:a) $x_1 = 1.61803$, $x_2 = 1.76393$
b) $x_{aprox} = 1.8229$)]

Zadatak 5 [20 bodova] *Ima li niže navedeni sustav rješenje ? Ako ima, izaberite početnu aproksimaciju* $x^{(0)} = [3,\ 1]^T$ *te odredite sljedeću aproksimaciju nultočke i pripadnu pogrešku aproksimacije.*

$$\begin{aligned} & y - e^{-x} = 0 \\ & 4x^2 - 16 - y^2 = 0. \end{aligned}$$

. [Rješenje:$x^{(1)} = [\,2.13275, \quad 0.092965\,]^T$]